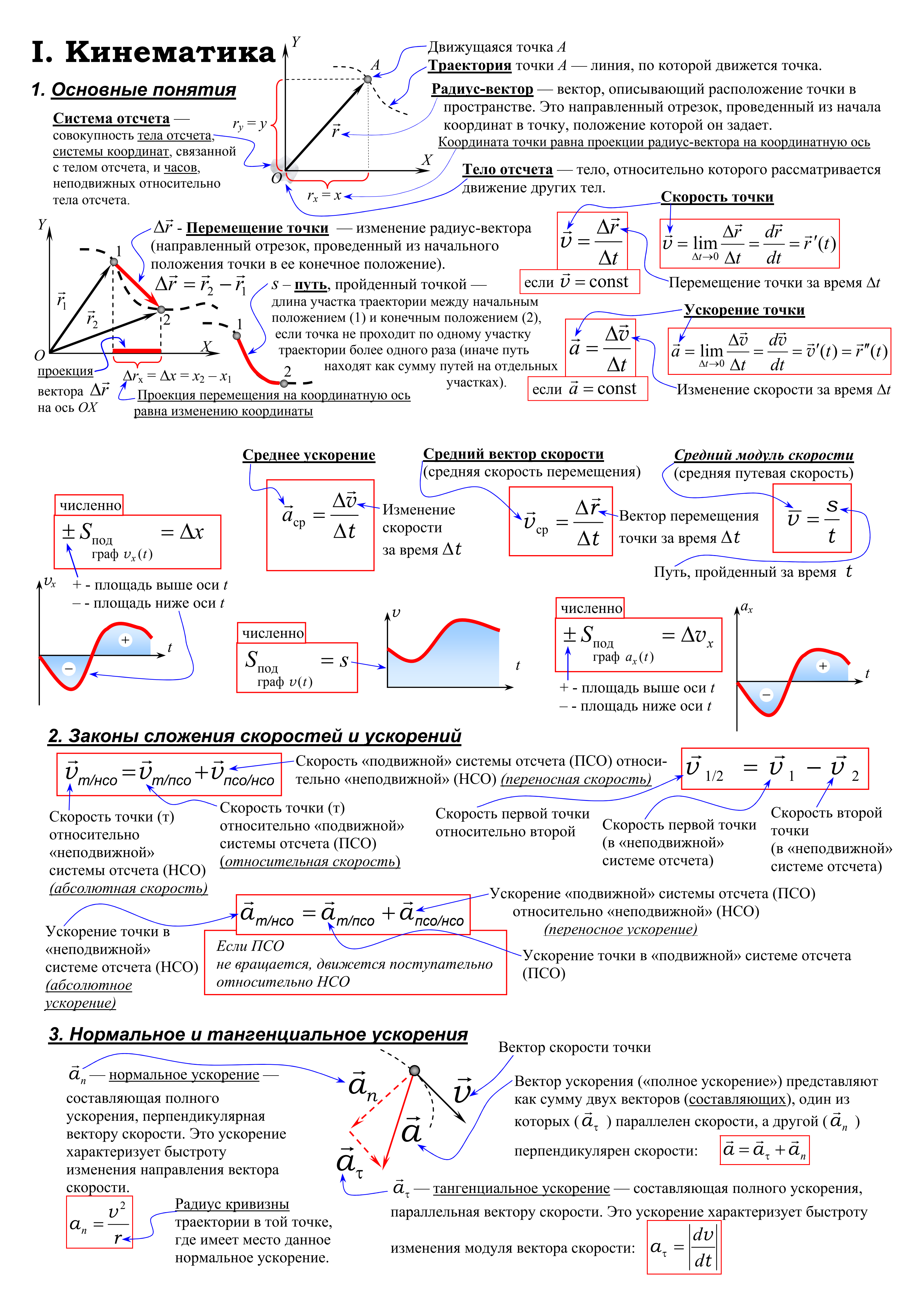


I. Кинематика

1. Основные понятия

Система отсчета — совокупность тела отсчета, системы координат, связанной с телом отсчета, и часов, неподвижных относительно тела отсчета.

Движущаяся точка A

Траектория точки A — линия, по которой движется точка.

Радиус-вектор — вектор, описывающий расположение точки в пространстве. Это направленный отрезок, проведенный из начала координат в точку, положение которой он задает.

Координата точки равна проекции радиус-вектора на координатную ось

$r_y = y$, $r_x = x$, $\vec{r}$, O, X, Y, A

Тело отсчета — тело, относительно которого рассматривается движение других тел.

$\Delta\vec{r}$ - **Перемещение точки** — изменение радиус-вектора (направленный отрезок, проведенный из начального положения точки в ее конечное положение).

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

s – **путь**, пройденный точкой — длина участка траектории между начальным положением (1) и конечным положением (2), если точка не проходит по одному участку траектории более одного раза (иначе путь находят как сумму путей на отдельных участках).

проекция вектора $\Delta\vec{r}$ на ось OX

$\Delta r_x = \Delta x = x_2 - x_1$

Проекция перемещения на координатную ось равна изменению координаты

Скорость точки

$$\vec{\upsilon} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

если $\vec{\upsilon} = \text{const}$

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}\,'(t)$$

Перемещение точки за время Δt

Ускорение точки

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$$

если $\vec{a} = \text{const}$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \vec{\upsilon}\,'(t) = \vec{r}\,''(t)$$

Изменение скорости за время Δt

Среднее ускорение

$$\vec{a}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$$

Изменение скорости за время Δt

Средний вектор скорости (средняя скорость перемещения)

$$\vec{\upsilon}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Вектор перемещения точки за время Δt

Средний модуль скорости (средняя путевая скорость)

$$\upsilon = \frac{s}{t}$$

Путь, пройденный за время t

численно

$$\pm S_{\text{под граф } \upsilon_x(t)} = \Delta x$$

$+$ - площадь выше оси t

$-$ - площадь ниже оси t

численно

$$S_{\text{под граф } \upsilon(t)} = s$$

численно

$$\pm S_{\text{под граф } a_x(t)} = \Delta\upsilon_x$$

$+$ - площадь выше оси t

$-$ - площадь ниже оси t

2. Законы сложения скоростей и ускорений

$$\vec{\upsilon}_{m/\text{нсо}} = \vec{\upsilon}_{m/\text{псо}} + \vec{\upsilon}_{\text{псо}/\text{нсо}}$$

Скорость «подвижной» системы отсчета (ПСО) относительно «неподвижной» (НСО) *(переносная скорость)*

Скорость точки (т) относительно «неподвижной» системы отсчета (НСО) *(абсолютная скорость)*

Скорость точки (т) относительно «подвижной» системы отсчета (ПСО) *(относительная скорость)*

$$\vec{\upsilon}_{1/2} = \vec{\upsilon}_1 - \vec{\upsilon}_2$$

Скорость первой точки относительно второй

Скорость первой точки (в «неподвижной» системе отсчета)

Скорость второй точки (в «неподвижной» системе отсчета)

$$\vec{a}_{m/\text{нсо}} = \vec{a}_{m/\text{псо}} + \vec{a}_{\text{псо}/\text{нсо}}$$

Если ПСО не вращается, движется поступательно относительно НСО

Ускорение точки в «неподвижной» системе отсчета (НСО) *(абсолютное ускорение)*

Ускорение «подвижной» системы отсчета (ПСО) относительно «неподвижной» (НСО) *(переносное ускорение)*

Ускорение точки в «подвижной» системе отсчета (ПСО)

3. Нормальное и тангенциальное ускорения

$\vec{a}_n$ — нормальное ускорение — составляющая полного ускорения, перпендикулярная вектору скорости. Это ускорение характеризует быстроту изменения направления вектора скорости.

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{r}$$

Радиус кривизны траектории в той точке, где имеет место данное нормальное ускорение.

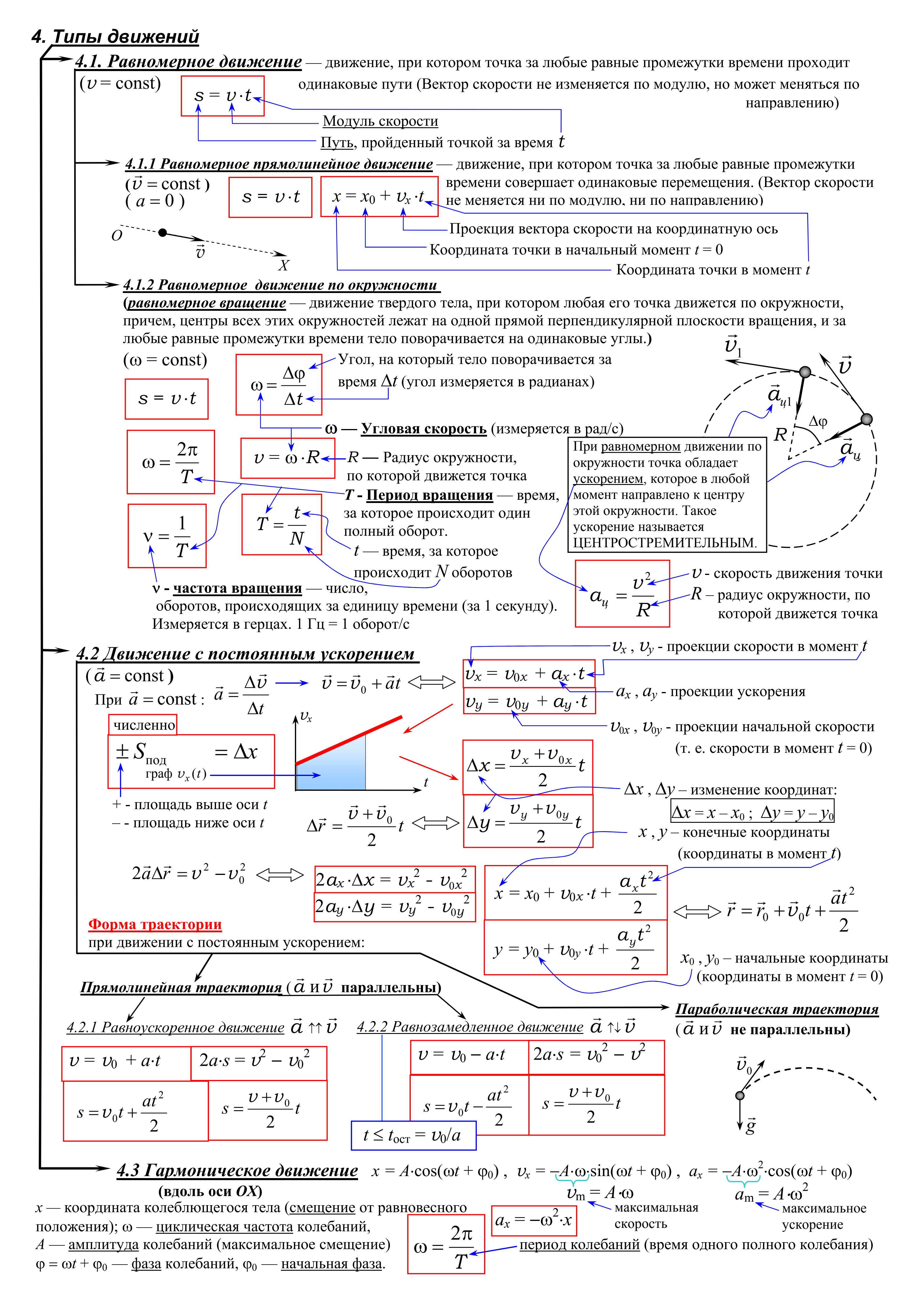
Вектор скорости точки

Вектор ускорения («полное ускорение») представляют как сумму двух векторов (составляющих), один из которых ($\vec{a}_\tau$) параллелен скорости, а другой ($\vec{a}_n$) перпендикулярен скорости:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

$\vec{a}_\tau$ — тангенциальное ускорение — составляющая полного ускорения, параллельная вектору скорости. Это ускорение характеризует быстроту изменения модуля вектора скорости:

$$a_\tau = \left|\frac{d\upsilon}{dt}\right|$$



4. Типы движений
4.1. Равномерное движение — движение, при котором точка за любые равные промежутки времени проходит одинаковые пути (Вектор скорости не изменяется по модулю, но может меняться по направлению)
(υ = const)
$s = \upsilon \cdot t$
Модуль скорости
Путь, пройденный точкой за время t
4.1.1 Равномерное прямолинейное движение — движение, при котором точка за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения. (Вектор скорости не меняется ни по модулю, ни по направлению)
($\vec{\upsilon}$ = const)
($a = 0$)
$s = \upsilon \cdot t$
$x = x_0 + \upsilon_x \cdot t$
Проекция вектора скорости на координатную ось
Координата точки в начальный момент $t = 0$
Координата точки в момент t
O
$\vec{\upsilon}$
X
4.1.2 Равномерное движение по окружности
(равномерное вращение — движение твердого тела, при котором любая его точка движется по окружности, причем, центры всех этих окружностей лежат на одной прямой перпендикулярной плоскости вращения, и за любые равные промежутки времени тело поворачивается на одинаковые углы.)
(ω = const)
$s = \upsilon \cdot t$
$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$
Угол, на который тело поворачивается за время Δt (угол измеряется в радианах)
ω — Угловая скорость (измеряется в рад/с)
$\omega = \frac{2\pi}{T}$
$\upsilon = \omega \cdot R$
R — Радиус окружности, по которой движется точка
T - Период вращения — время, за которое происходит один полный оборот.
$\nu = \frac{1}{T}$
$T = \frac{t}{N}$
t — время, за которое происходит N оборотов
ν - частота вращения — число, оборотов, происходящих за единицу времени (за 1 секунду). Измеряется в герцах. 1 Гц = 1 оборот/с
$\vec{\upsilon}_1$
$\vec{\upsilon}$
$\vec{a}_{ц1}$
$\vec{a}_ц$
R
Δφ
При равномерном движении по окружности точка обладает ускорением, которое в любой момент направлено к центру этой окружности. Такое ускорение называется ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНЫМ.
$a_ц = \frac{\upsilon^2}{R}$
υ - скорость движения точки
R – радиус окружности, по которой движется точка
4.2 Движение с постоянным ускорением
($\vec{a}$ = const)
При $\vec{a}$ = const : $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$ → $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{a}t$ ⟺
$\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x \cdot t$
$\upsilon_y = \upsilon_{0y} + a_y \cdot t$
υ_x , υ_y - проекции скорости в момент t
a_x , a_y - проекции ускорения
υ_{0x} , υ_{0y} - проекции начальной скорости (т. е. скорости в момент $t = 0$)
численно
$\pm S_{под\ граф\ \upsilon_x(t)} = \Delta x$
+ - площадь выше оси t
– - площадь ниже оси t
υ_x
t
$\Delta\vec{r} = \frac{\vec{\upsilon} + \vec{\upsilon}_0}{2} t$ ⟺
$\Delta x = \frac{\upsilon_x + \upsilon_{0x}}{2} t$
$\Delta y = \frac{\upsilon_y + \upsilon_{0y}}{2} t$
Δx , Δy – изменение координат:
$\Delta x = x - x_0$; $\Delta y = y - y_0$
x , y – конечные координаты (координаты в момент t)
$2\vec{a}\Delta\vec{r} = \upsilon^2 - \upsilon_0^2$ ⟺
$2a_x \cdot \Delta x = \upsilon_x^2 - \upsilon_{0x}^2$
$2a_y \cdot \Delta y = \upsilon_y^2 - \upsilon_{0y}^2$
$x = x_0 + \upsilon_{0x} \cdot t + \frac{a_x t^2}{2}$
$y = y_0 + \upsilon_{0y} \cdot t + \frac{a_y t^2}{2}$
⟺ $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\upsilon}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$
x_0 , y_0 – начальные координаты (координаты в момент $t = 0$)
Форма траектории
при движении с постоянным ускорением:
Прямолинейная траектория ($\vec{a}$ и $\vec{\upsilon}$ параллельны)
Параболическая траектория
($\vec{a}$ и $\vec{\upsilon}$ не параллельны)
4.2.1 Равноускоренное движение $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$
$\upsilon = \upsilon_0 + a \cdot t$
$2a \cdot s = \upsilon^2 - \upsilon_0^2$
$s = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$
$s = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2} t$
4.2.2 Равнозамедленное движение $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{\upsilon}$
$\upsilon = \upsilon_0 - a \cdot t$
$2a \cdot s = \upsilon_0^2 - \upsilon^2$
$s = \upsilon_0 t - \frac{at^2}{2}$
$s = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2} t$
$t \le t_{ост} = \upsilon_0 / a$
$\vec{\upsilon}_0$
$\vec{g}$
4.3 Гармоническое движение
(вдоль оси OX)
$x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$, $\upsilon_x = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$, $a_x = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$
$\upsilon_m = A \cdot \omega$
максимальная скорость
$a_m = A \cdot \omega^2$
максимальное ускорение
$a_x = -\omega^2 \cdot x$
x — координата колеблющегося тела (смещение от равновесного положения); ω — циклическая частота колебаний,
A — амплитуда колебаний (максимальное смещение)
$\varphi = \omega t + \varphi_0$ — фаза колебаний, φ_0 — начальная фаза.
$\omega = \frac{2\pi}{T}$
период колебаний (время одного полного колебания)

II. Динамика

1. Второй закон Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots$$

В инерциальных системах отсчета (ИСО)

m — масса материальной точки,
$\vec{a}$ — ускорение этой материальной точки,
$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots = \vec{F}_{равн}$ — сумма всех сил, действующих на эту материальную точку (равнодействующая сила).

ИСО — системы отсчета, относительно которых любая материальная точка, свободная от действия сил, не имеет ускорения.

Инерциальной может приближенно считаться:

- Система отсчета, связанная с поверхностью Земли (если не требуется учитывать вращение Земли и силы притяжения к Солнцу и планетам)
- Система отсчета, с центром в центре Земли, оси которой направлены на звезды (если надо учесть вращение Земли вокруг своей оси, но вращение вокруг Солнца и притяжение к Солнцу и планетам можно не учитывать).
- Система отсчета, с центром в центре Солнца, оси которой направлены на звезды (если можно не учитывать вращение солнечной системы вокруг ядра галактики и притяжение к другим звездам).

2. Теорема о движении центра масс

$$M_{сист}\vec{a}_{ц.м.} = \vec{F}_1^{внеш} + \vec{F}_2^{внеш} + \vec{F}_3^{внеш} + \ldots$$

В ИСО

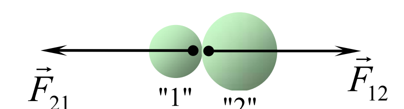
Внешние силы — силы, действующие на тела, входящие в систему, со стороны тел, не входящих в эту систему.

$M_{сист}$ — масса системы материальных точек (масса тела или системы тел),
$\vec{a}_{ц.м.}$ — ускорение центра масс этой системы,
$\vec{F}_1^{внеш} + \vec{F}_2^{внеш} + \ldots$ — сумма внешних сил, действующих на эту систему.

3. Третий закон Ньютона

Если одно тело (1) действует на другое тело (2) силой ($\vec{F}_{12}$), то второе тело (2) обязательно действует на первое (1) такой силой $\vec{F}_{21}$, что →

- $F_{21} = F_{12}$
- $\vec{F}_{21} \uparrow\downarrow \vec{F}_{12}$
- $\vec{F}_{21}$ и $\vec{F}_{12}$ — лежат на одной прямой
- $\vec{F}_{21}$ и $\vec{F}_{12}$ — имеют одну природу: например, если $\vec{F}_{12}$ - сила трения, то $\vec{F}_{21}$ тоже сила трения.



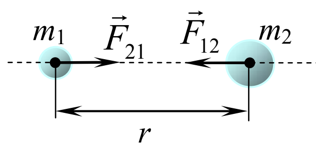
$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

4. Силы, которые могут действовать на тело, можно разделить на две группы:

- Силы, действующие на тело со стороны тел, соприкасающихся с ним (действие через контакт).
- Силы, действующие на тело со стороны тел, не соприкасающихся с ним (действие через силовые поля: гравитационное, электрическое или магнитное) — гравитационная, электрическая или магнитная сила.

5. Гравитационная сила

$$F_{грав} = \gamma\frac{m_1 m_2}{r^2}$$



$F_{21} = F_{12} = F_{грав}$ — сила гравитационного притяжения между двумя материальными точками или однородными шарами (сферами), массы которых m_1 и m_2.

т. е. телами, размеры которых пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием между ними.

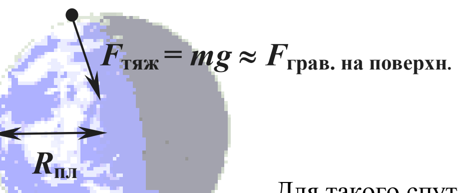
r — расстояние между этими материальными точками, или центрами шаров (сфер).

γ — гравитационная постоянная $\gamma \approx 6{,}67\cdot10^{-11}$ Н·м^2/кг^2 — измеряется в специальных экспериментах, очень важная величина (фундаментальная константа)

$$F_{тяж} \approx F_{грав\,на\,поверхн.} = \gamma\frac{M_{пл}}{R_{пл}^2}\cdot m = gm$$

g - ускорение свободного падения на поверхности планеты

$$g = \gamma\frac{M_{пл}}{R_{пл}^2}$$



Первая космическая скорость — скорость спутника, который вращается вокруг планеты по круговой орбите минимального возможного радиуса $r \approx R_{пл}$

Для такого спутника по II закону Ньютона: $ma = F_{тяж}$
Ускорение спутника — центростремительное ускорение (т. к. он равномерно движется по окружности) $a = a_ц = \upsilon^2/r$, сила тяжести $F_{тяж} = mg$.
Учитывая, что $r \approx R_{пл}$, получим:

$$m\frac{\upsilon^2}{R_{пл}} = mg \quad \Rightarrow \quad \upsilon_1 = \sqrt{gR_{пл}}$$

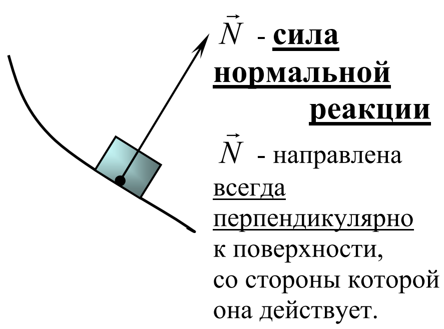
Вес тела — сила, с которой это тело, благодаря наличию у него массы, давит на подставку, на которой лежит, или действует на подвес, на котором висит.

Перегрузка — превышение весом величины mg. Возникает в ракетах, лифтах и пр. при движении с ускорением, направленным вверх.

Невесомость — состояние, в котором вес равен нулю (т. е. тело не давит на подставку). Невесомость может возникать не только при отсутствии гравитационной силы, но и в лифтах, самолетах, космических кораблях и пр., движущихся с $\vec{a} = \vec{g}$.

6. Силы, действующие через контакт (со стороны прикасающихся тел)

6.1. Если к телу прикасается **твердая поверхность**, то со стороны этой поверхности на тело могут действовать две силы:



$\vec{N}$ - **сила нормальной реакции**

$\vec{N}$ - направлена всегда перпендикулярно к поверхности, со стороны которой она действует.

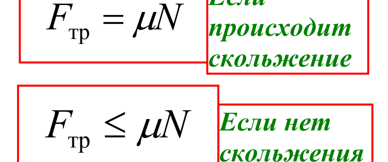
Эта сила мешает телу "пройти сквозь поверхность" (т. е. ограничивает область возможного движения тела).
По своей природе она является силой упругости.
Сила нормальной реакции действует всегда, когда между телом и поверхностью есть контакт.

Сила трения - $\vec{F}_{тр}$

$\vec{F}_{тр}$ - направлена всегда параллельно поверхности, со стороны которой действует (по касательной к поверхности, если поверхность не плоская).

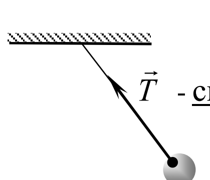
Эта сила мешает телу скользить по поверхности (иногда делает скольжение совсем невозможным).
По своей природе она является результатом взаимного притяжения молекул тела и поверхности, а также зацепления микронеровностей тела и поверхности.

> Сила трения может отсутствовать: $\boldsymbol{F_{тр} = 0}$, если
> 1. В задаче указано, что "поверхность гладкая".
> 2. Тело "не стремится скользить", т. е. оно не скользило бы по поверхности даже, если бы поверхность вдруг стала абсолютно гладкой и скользкой.



μ - **коэффициент трения** между телом и поверхностью. Он зависит от материала, степени шероховатости тела и поверхности, а также от скорости тела относительно поверхности v. (см. график)

6.2. Если к телу прикреплена **нерастяжимая натянутая нить** (трос, веревка и т. п.), то со стороны этой нити на тело действует **сила реакции нити** (сила натяжения нити)



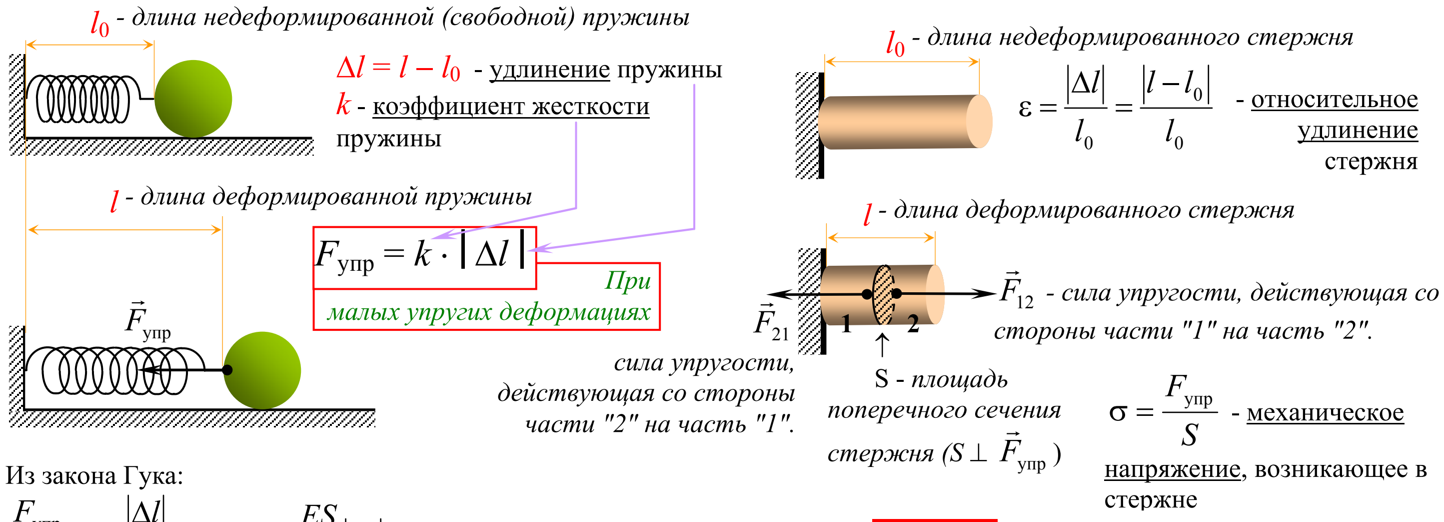
$\vec{T}$ - сила реакции нити - направлена всегда по нити (или по касательной к нити, если нить не прямолинейна).

$\vec{T}$ - сила, действующая на потолок со стороны веревки, прикрепленной к нему.

> Если мысленно разделить нить на две части, то сила реакции будет действовать со стороны одной части нити на другую часть этой нити. (В этом случае чаще употребляют название "сила натяжения нити".)

Деформация считается упругой, если после прекращения действия деформирующих сил тело возвращается к начальной форме

6.3. Если к телу прикасается **упруго деформированное тело** (пружина, упругий стержень, резиновый шнур и т. п.), то со стороны упруго деформированного тела действует **сила упругости** ($\vec{F}_{упр}$) на тела, мешающие ему вернуться в недеформированное состояние. (Если мысленно рассечь деформированное тело на части, то со стороны одной части на другую тоже может действовать сила упругости.)



$\Delta l = l - l_0$ - удлинение пружины
k - коэффициент жесткости пружины

$F_{упр} = k \cdot |\Delta l|$ *При малых упругих деформациях*

$\vec{F}_{12}$ - *сила упругости, действующая со стороны части "1" на часть "2".*

сила упругости, действующая со стороны части "2" на часть "1".

$\varepsilon = \dfrac{|\Delta l|}{l_0} = \dfrac{|l - l_0|}{l_0}$ - относительное удлинение стержня

S - *площадь поперечного сечения стержня* ($S \perp \vec{F}_{упр}$)

$\sigma = \dfrac{F_{упр}}{S}$ - механическое напряжение, возникающее в стержне

Из закона Гука:

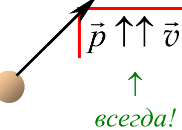
$$\frac{F_{упр}}{S} = E\frac{|\Delta l|}{l_0} \Rightarrow F_{упр} = \frac{ES}{l_0}|\Delta l|$$

Значит, для упругого стержня $F_{упр} = k \cdot |\Delta l|$,
где $k = ES/l_0$ - коэффициент жесткости упругого стержня.

Закон Гука: $\sigma = E \cdot \varepsilon$ *При малых упругих деформациях*

E - модуль упругости (модуль Юнга) материала стержня.

III. Законы сохранения. Работа и мощность.





1. Импульс материальной точки $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ — m - масса материальной точки, $\vec{v}$ - скорость этой материальной точки

2. Импульс системы материальных точек равен векторной сумме импульсов всех точек, входящих в эту систему.



$$\vec{p}_{\text{сист}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n$$

Пример: импульс однородного диска, вращающегося вокруг неподвижной оси, проходящей через центр

$$\vec{p}_{\text{диск}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \vec{p}_4 + \ldots + \vec{p}_n = 0$$

3. Теорема об изменении импульса материальной точки

$$\Delta\vec{p} = \sum \vec{F} \cdot \Delta t$$

$\sum \vec{F} = \text{const}$

$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ - изменение импульса материальной точки.

$\sum \vec{F}$ - сумма всех сил, действующих на материальную точку.

Δt - время действия сил.

$\vec{F} \cdot \Delta t$ - импульс силы.

Выводится из II закона Ньютона: $m\vec{a} = \sum \vec{F}$. Если $\sum \vec{F} = \text{const}$, то $\vec{a} = \text{const}$ и $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$ Подставив в уравнение ↑ и, домножив обе части на Δt, получим …

4. Теорема об изменении импульса системы материальных точек

Из п. 2: $\Delta\vec{p}_{\text{сист}} = \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 + \ldots + \Delta\vec{p}_n = \sum \vec{F}\Delta t$;

$\sum \vec{F} = \sum \vec{F}_{\text{внеш}} + \sum \vec{F}_{\text{внутр}} = \sum \vec{F}_{\text{внеш}} + 0$

$\sum \vec{F}$ — сумма всех сил, действующих на все мат. точки системы

Из п.3: $\Delta\vec{p}_1 = \sum \vec{F}_1 \Delta t$, $\Delta\vec{p}_2 = \sum \vec{F}_2 \Delta t$, …

$\sum \vec{F}_{\text{внеш}}$ — сумма внешних сил, действующих на все мат. точки системы

$\sum \vec{F}_{\text{внутр}}$ — сумма внутренних сил, действующих на все мат. точки системы

$\sum \vec{F}_{\text{внутр}} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \ldots + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} + \ldots + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} + \ldots = 0$ — по III закону Ньютона $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$, $\vec{F}_{13} + \vec{F}_{31} = 0$, …

$$\Delta\vec{p}_{\text{сист}} = \sum \vec{F}_{\text{внешн}} \cdot \Delta t$$

$\sum \vec{F}_{\text{внеш}} = \text{const}$

$\sum \vec{F}_{\text{внеш}}$ — сумма внешних сил, действующих на все мат. точки системы

Δt — время, в течение которого действовали силы.

$\Delta\vec{p}_{\text{сист}}$ — изменение импульса системы материальных точек за время Δt

5. Закон сохранения импульса:

$$\vec{p}\,'_{\text{сист}} = \vec{p}\,''_{\text{сист}}$$

Если, 1) $\sum \vec{F}_{\text{внеш}} = 0$

2) $\Delta t \approx 0$ - при быстрых взаимодействиях (взрывах, выстрелах, соударениях), если внешние силы не возрастают до больших значений и остаются малы по сравнению с внутренними силами.

Импульс системы материальных точек сохраняется, если
1) **Сумма внешних сил**, действующих на эту систему **равна нулю.**
2) **Время** действия внешних сил **мало** так, что импульс системы не успевает существенно измениться - выстрелы, взрывы, соударения, при которых внешние силы малы по сравнению с внутренними силами.

Кроме того,
3) **сохраняется проекция импульса** на ту координатную ось, к которой перпендикулярна сумма внешних сил.

$$p'_{\text{сист}_x} = p''_{\text{сист}_x}, \text{ если } \sum \vec{F}_{\text{внеш}} \perp OX$$

O X

6. Работа силы

Единица измерения работы в СИ
1Дж = 1Н·м

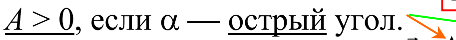
$$A_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot |\Delta\vec{r}| \cdot \cos\alpha$$

$\vec{F} = \text{const}$ (и движение по прямой, в неизменном направлении.)

$A_{\vec{F}}$ — работа силы $\vec{F}$

$\Delta\vec{r}$ — перемещение материальной точки, на которую действует сила $\vec{F}$.

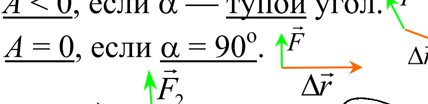
α — угол между силой $\vec{F}$ и перемещением $\Delta\vec{r}$.

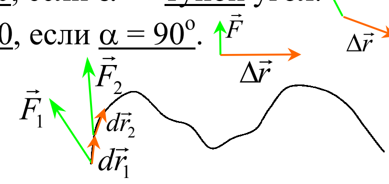


$A > 0$, если α — острый угол.

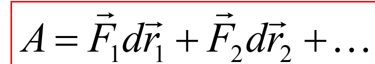
$A < 0$, если α — тупой угол.

$A = 0$, если $\alpha = 90^o$.





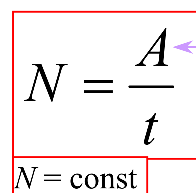
Чтобы найти работу не постоянной силы над точкой, которая движется по произвольной траектории, надо мысленно разбить движение на такие малые перемещения $d\vec{r}_1, d\vec{r}_2, \ldots$, чтобы на каждом из них с достаточной точностью можно было бы считать движение прямолинейным, а силу постоянной. Тогда



$$A = \vec{F}_1 d\vec{r}_1 + \vec{F}_2 d\vec{r}_2 + \ldots$$

7. Мощность

Единица измерения мощности в СИ
1 Вт = 1Дж/с



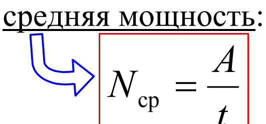
$$N=\frac{A}{t}$$

$N = \text{const}$

Работа, совершенная за время t.

Если мощность не постоянна, то вычисляется

средняя мощность:



$$N_{\text{ср}}=\frac{A}{t}$$

мгновенная мощность:

$$N=\frac{\vec F d\vec r}{dt}=\vec F\cdot\vec \upsilon$$

$$N=F\cdot\upsilon\cdot\cos\alpha$$

8. Механическая энергия

$$E_{\text{мех}}=E_{\text{к}}+E_{\text{p}}$$

Кинетическая энергия

Этой энергией обладают движущиеся тела.

$$E_k=\frac{m\upsilon^2}{2}$$

Кинетическая энергия материальной точки массой m, движущейся со скоростью υ.

$$E_k^{\text{сист}}=E_{k1}+E_{k2}+\ldots$$

Кинетическая энергия системы материальных точек.

Теорема о кинетической энергии:

$$\Delta E_k=A_{\text{всех сил}}$$

Изменение кинетической энергии системы

Работа всех сил, действующих в системе.

Потенциальная энергия — этой энергией обладают тела, на которые действуют консервативные силы: $F_{\text{грав}}$ ($F_{\text{тяж}}$), $F_{\text{упр}}$, $F_{\text{электр}}$

Консервативны, если они неизменны во времени для каждого положения, или являются внутренними для системы.

Силы, работа которых над системой при ее перемещении зависит только от начального и конечного положений этой системы. Работа консервативных сил не зависит от того, каким способом (по какой траектории) система была переведена из начального положения в конечное.

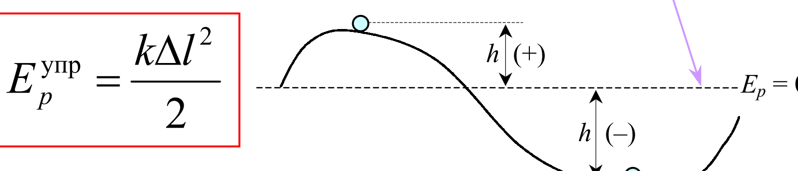
Основное свойство консервативных сил: работа консервативных сил над системой, совершившей движение по замкнутой траектории (когда конечное положение совпадает с начальным), равна нулю.

Потенциальная энергия — это такая функция от расположения системы, убыль которой при перемещении системы равна работе консервативных сил на этом перемещении. $E_{p1}-E_{p2}=A_{\text{конс1-2}}$

Чтобы вычислить конкретное значение E_p, договариваются в каком положении системы "О" считать $E_p(\text{O}) = 0$. Тогда в произвольном положении "М" потенциальная энергия системы $E_p(\text{M}) = A_{\text{конс M–O}}$

$$E_{p(\text{тяж})}=\pm mgh_{\text{центра масс над нулевым уровнем}}$$

$$E_p^{\text{упр}}=\frac{k\Delta l^2}{2}$$



9. Теорема о механической энергии

$$\Delta E_{\text{мех}}=\Delta E_k+\Delta E_p=A_{\text{всех сил}}-A_{\text{конс}}=A_{\text{неконс. сил}}$$

$$\Delta E_{\text{мех}}=A_{\text{неконс}}$$

10. Закон сохранения механической энергии

Механическая энергия системы материальных точек сохраняется, если в системе совершают работу только консервативные силы ($A_{\text{нек}} = 0$)

$$E'_{\text{мех}}=E''_{\text{мех}}$$

Если $A_{\text{неконс}} = 0$

11. Диссипативные силы — неконсервативные силы, работа которых сопровождается выделением тепла.

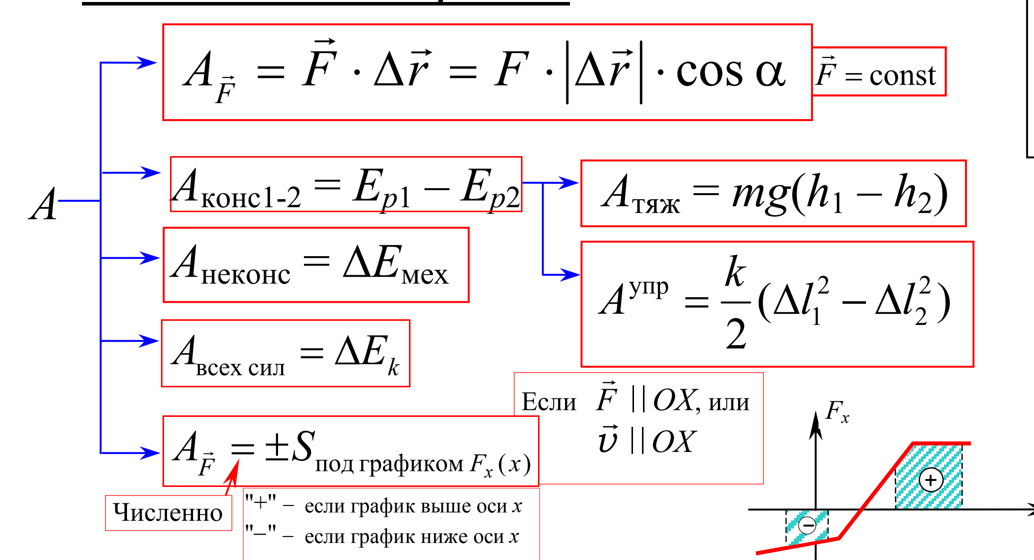
$F_{\text{трения скольжения}}$; $F_{\text{сопр. жидк. и г.}}$; $F_{\text{неупруг. взаимод.}}$

$A_{\text{внутр. дис}} = -Q$ — не зависит от системы отсчета

$$E'_{\text{мех}}-E''_{\text{мех}}=Q$$

Если $A_{\text{неконс}} = A_{\text{внутр. дис.}}$

12. Методы вычисления работы



A:

$$A_{\vec F}=\vec F\cdot\Delta\vec r=F\cdot|\Delta\vec r|\cdot\cos\alpha$$ $\vec F = \text{const}$

$$A_{\text{конс1-2}}=E_{p1}-E_{p2}$$

$$A_{\text{тяж}}=mg(h_1-h_2)$$

$$A^{\text{упр}}=\frac{k}{2}(\Delta l_1^2-\Delta l_2^2)$$

$$A_{\text{неконс}}=\Delta E_{\text{мех}}$$

$$A_{\text{всех сил}}=\Delta E_k$$

$$A_{\vec F}=\pm S_{\text{под графиком } F_x(x)}$$

Если $\vec F \parallel OX$, или $\vec \upsilon \parallel OX$

Численно

"+" – если график выше оси x
"–" – если график ниже оси x

13. Средняя по времени сила

$$\vec F_{\text{ср}}=\frac{\Delta\vec p_{\text{сист}}}{\Delta t}$$

Средняя по времени сумма внешних сил, действующих на систему материальных точек

Изменение импульса системы за время Δt

IV. Статика и гидростатика

Твердым телом называется тело, расстояние между любыми двумя точками которого не изменяется с течением времени (или меняется пренебрежимо мало).

1. Для равновесия *твердого тела* или системы тел необходимо одновременное выполнение двух условий:

I условие равновесия: Сумма *внешних* сил, действующих на систему, должна быть равна нулю.

Внешними называются силы, действующие на тела, входящие в систему, со стороны тел, не входящих в эту систему.

$$\vec{F}_1^{\text{внеш}} + \vec{F}_2^{\text{внеш}} + \ldots = 0$$

II условие равновесия: Сумма *моментов* внешних сил, действующих на систему, должна быть равна нулю относительно любой оси вращения.

$$M_{\vec{F}_1^{\text{внеш}}} + M_{\vec{F}_2^{\text{внеш}}} + \ldots = 0$$

2. Вращающим моментом силы относительно оси вращения называется взятое со знаком «+» или «–» произведение модуля этой силы на ее *плечо*. **Плечом силы** называется длина перпендикуляра, проведенного из оси вращения на линию действия этой силы

$$M_{\vec{F}} = \pm F \cdot d_{\vec{F}}$$

Знак «+» берется, если сила $\vec{F}$ стремится повернуть тело *против часовой стрелки*, **знак «–»** — если *по часовой*.

$d_{\vec{F}}$, $\vec{F}$

Замечание. Приведенное здесь определение вращающего момента справедливо лишь для сил, лежащих в плоскости перпендикулярной оси вращения.

Единица измерения M в СИ: 1 Н·м

Момент этой силы — отрицательное число: $M_{\vec{F}} < 0$

3. Не всегда одновременное выполнение I и II условий равновесия гарантирует неподвижность механической системы. Покой системы невозможен в положениях **неустойчивого равновесия** (т.е. в таких положениях, любое бесконечно малое смещение из которых, приводит к тому, что сумма внешних сил (или их моментов) стремится еще больше удалить систему от равновесного положения). Реализованы могут быть только положения **устойчивого равновесия** (т.е. такие положения, любое бесконечно малое смещение из которых, приводит к тому, что сумма внешних сил (или их моментов) стремится вернуть систему обратно в равновесное положение) и положения **безразличного равновесия** (т.е. положения, при бесконечно малых смещениях из которых сумма внешних сил и их моментов остается равна нулю).

4. Центром масс системы материальных точек $m_1, m_2, \ldots, m_N$ называется геометрическая точка (C), координаты которой определяются формулами:

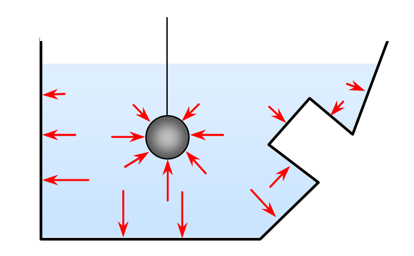
$$x_C = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \ldots + m_Nx_N}{m_1 + m_2 + \ldots + m_N}; \quad y_C = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + \ldots + m_Ny_N}{m_1 + m_2 + \ldots + m_N}; \quad z_C = \frac{m_1z_1 + m_2z_2 + \ldots + m_Nz_N}{m_1 + m_2 + \ldots + m_N}$$

Центр тяжести (т. е. точка приложения равнодействующей силы тяжести) совпадает с центром масс системы, если эта система находится в однородном гравитационном поле (или напряженность поля тяготения меняется в пределах системы незначительно)

5. Сила гидростатического давления — сила, с которой покоящаяся жидкость *(т.е. жидкость неподвижная относительно стенок сосуда)* действует на погруженные в нее тела, стенки и дно сосуда, в котором находится (без учета поверхностного натяжения).

По своей природе эта сила является силой объемной упругости. Она возникает, если жидкость сжата (например, прижата силой тяготения к внутренней поверхности неподвижного сосуда) и зависит от степени сжатия.

Сила гидростатического давления всегда направлена перпендикулярно к той поверхности, на которую она действует (поскольку сила объемной упругости не может иметь составляющей параллельной поверхности, деформированного тела, а упругостью формы жидкость не обладает)



6. Давлением жидкости на плоскую поверхность называется отношение силы гидростатического давления, действующей на эту поверхность, к площади поверхности (при условии, что сила распределена по поверхности равномерно).

$$p = \frac{F_{\text{гидр. давл.}}}{S}$$

- поверхность плоская
- давление одинаково во всех точках поверхности

Единица измерения давления в СИ: 1Па = 1 Н/м².

Если сила давления неравномерно распределена по поверхности, то можно вычислить среднее давление или давление в данной точке поверхности

$$p = \frac{dF_{\text{гидр. давл.}}}{dS}$$

$dF_{\text{гидр. давл.}}$ — Сила гидростатического давления, действующая на бесконечно малую площадку dS

dS — площадь бесконечно малой площадки (эта площадь dS мала на столько, что площадку можно с достаточной точностью считать плоской и изменением давления в пределах dS можно пренебречь)

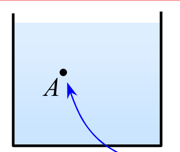
$$p_{\text{ср}} = \frac{F_{\text{гидр. давл.}}}{S}$$

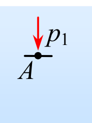
поверхность плоская

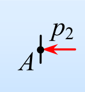
$$F_{\text{давл. на стенку}} = p_{\text{ср}} \cdot S = \frac{p_A + p_B}{2} \cdot S$$

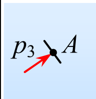
7. Давление в какой-либо точке жидкости — это давление на воображаемую бесконечно малую площадку, на которой лежит эта точка. Причем, можно доказать, что

давление в данной точке жидкости не зависит от ориентации той воображаемой бесконечно малой площадки, на которую производится это давление.



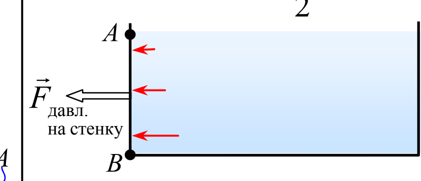


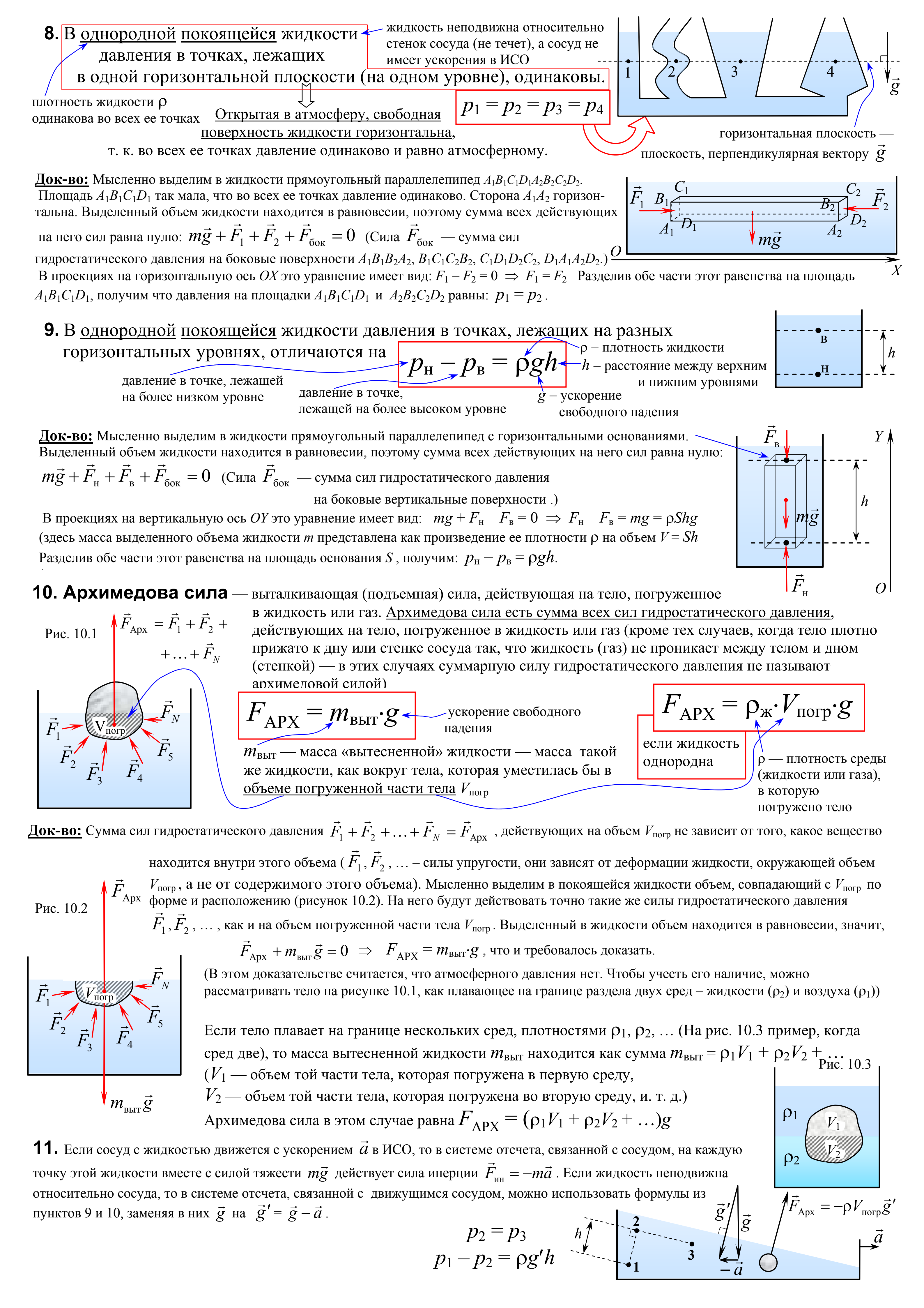




$$p_A = p_1 = p_2 = p_3$$

Давление в точке жидкости A





8. В <u>однородной</u> <u>покоящейся</u> жидкости давления в точках, лежащих в одной горизонтальной плоскости (на одном уровне), одинаковы.

жидкость неподвижна относительно стенок сосуда (не течет), а сосуд не имеет ускорения в ИСО

плотность жидкости ρ одинакова во всех ее точках

$$p_1 = p_2 = p_3 = p_4$$

<u>Открытая в атмосферу, свободная поверхность жидкости горизонтальна</u>, т. к. во всех ее точках давление одинаково и равно атмосферному.

горизонтальная плоскость — плоскость, перпендикулярная вектору $\vec{g}$

Док-во: Мысленно выделим в жидкости прямоугольный параллелепипед $A_1B_1C_1D_1A_2B_2C_2D_2$. Площадь $A_1B_1C_1D_1$ так мала, что во всех ее точках давление одинаково. Сторона A_1A_2 горизонтальна. Выделенный объем жидкости находится в равновесии, поэтому сумма всех действующих на него сил равна нулю: $m\vec{g} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_{бок} = 0$ (Сила $\vec{F}_{бок}$ — сумма сил гидростатического давления на боковые поверхности $A_1B_1B_2A_2$, $B_1C_1C_2B_2$, $C_1D_1D_2C_2$, $D_1A_1A_2D_2$.)

В проекциях на горизонтальную ось OX это уравнение имеет вид: $F_1 - F_2 = 0 \Rightarrow F_1 = F_2$ Разделив обе части этот равенства на площадь $A_1B_1C_1D_1$, получим что давления на площадки $A_1B_1C_1D_1$ и $A_2B_2C_2D_2$ равны: $p_1 = p_2$.

9. В <u>однородной</u> <u>покоящейся</u> жидкости давления в точках, лежащих на разных горизонтальных уровнях, отличаются на

$$p_н - p_в = \rho g h$$

давление в точке, лежащей на более низком уровне

давление в точке, лежащей на более высоком уровне

ρ – плотность жидкости

h – расстояние между верхним и нижним уровнями

g – ускорение свободного падения

Док-во: Мысленно выделим в жидкости прямоугольный параллелепипед с горизонтальными основаниями. Выделенный объем жидкости находится в равновесии, поэтому сумма всех действующих на него сил равна нулю:

$m\vec{g} + \vec{F}_н + \vec{F}_в + \vec{F}_{бок} = 0$ (Сила $\vec{F}_{бок}$ — сумма сил гидростатического давления на боковые вертикальные поверхности .)

В проекциях на вертикальную ось OY это уравнение имеет вид: $-mg + F_н - F_в = 0 \Rightarrow F_н - F_в = mg = \rho Shg$ (здесь масса выделенного объема жидкости m представлена как произведение ее плотности ρ на объем $V = Sh$

Разделив обе части этот равенства на площадь основания S, получим: $p_н - p_в = \rho gh$.

10. Архимедова сила — выталкивающая (подъемная) сила, действующая на тело, погруженное в жидкость или газ. <u>Архимедова сила есть сумма всех сил гидростатического давления</u>, действующих на тело, погруженное в жидкость или газ (кроме тех случаев, когда тело плотно прижато к дну или стенке сосуда так, что жидкость (газ) не проникает между телом и дном (стенкой) — в этих случаях суммарную силу гидростатического давления не называют архимедовой силой)

Рис. 10.1

$$F_{АРХ} = m_{выт} \cdot g$$

ускорение свободного падения

$m_{выт}$ — масса «вытесненной» жидкости — масса такой же жидкости, как вокруг тела, которая уместилась бы в <u>объеме погруженной части тела</u> $V_{погр}$

$$F_{АРХ} = \rho_ж \cdot V_{погр} \cdot g$$

если жидкость однородна

ρ — плотность среды (жидкости или газа), в которую погружено тело

Док-во: Сумма сил гидростатического давления $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_N = \vec{F}_{Арх}$, действующих на объем $V_{погр}$ не зависит от того, какое вещество находится внутри этого объема ($\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots$ – силы упругости, они зависят от деформации жидкости, окружающей объем $V_{погр}$, а не от содержимого этого объема). Мысленно выделим в покоящейся жидкости объем, совпадающий с $V_{погр}$ по форме и расположению (рисунок 10.2). На него будут действовать точно такие же силы гидростатического давления $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots$, как и на объем погруженной части тела $V_{погр}$. Выделенный в жидкости объем находится в равновесии, значит,

$$\vec{F}_{Арх} + m_{выт}\vec{g} = 0 \Rightarrow F_{АРХ} = m_{выт} \cdot g,$$ что и требовалось доказать.

Рис. 10.2

(В этом доказательстве считается, что атмосферного давления нет. Чтобы учесть его наличие, можно рассматривать тело на рисунке 10.1, как плавающее на границе раздела двух сред – жидкости (ρ_2) и воздуха (ρ_1))

Если тело плавает на границе нескольких сред, плотностями ρ_1, ρ_2, … (На рис. 10.3 пример, когда сред две), то масса вытесненной жидкости $m_{выт}$ находится как сумма $m_{выт} = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \ldots$

(V_1 — объем той части тела, которая погружена в первую среду,

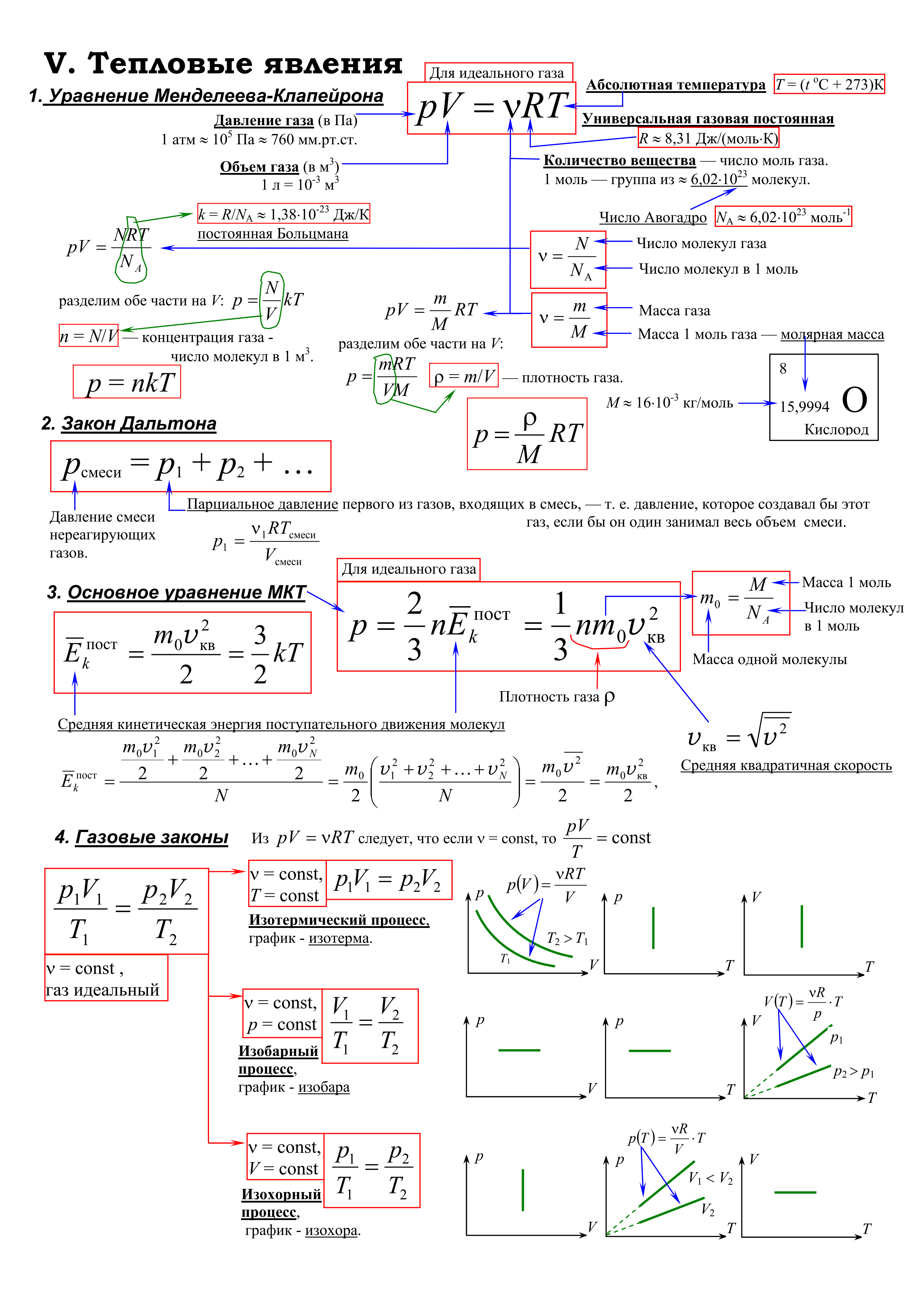
V_2 — объем той части тела, которая погружена во вторую среду, и. т. д.)

Архимедова сила в этом случае равна $F_{АРХ} = (\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \ldots)g$

Рис. 10.3

11. Если сосуд с жидкостью движется с ускорением $\vec{a}$ в ИСО, то в системе отсчета, связанной с сосудом, на каждую точку этой жидкости вместе с силой тяжести $m\vec{g}$ действует сила инерции $\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}$. Если жидкость неподвижна относительно сосуда, то в системе отсчета, связанной с движущимся сосудом, можно использовать формулы из пунктов 9 и 10, заменяя в них $\vec{g}$ на $\vec{g}' = \vec{g} - \vec{a}$.

$$p_2 = p_3$$
$$p_1 - p_2 = \rho g' h$$



V. Тепловые явления

1. Уравнение Менделеева-Клапейрона

Для идеального газа

$$pV = \nu RT$$

Давление газа (в Па)
1 атм ≈ 10^5 Па ≈ 760 мм.рт.ст.

Объем газа (в $м^3$)
1 л = 10^{-3} $м^3$

Абсолютная температура $T = (t\,°C + 273)К$

Универсальная газовая постоянная $R \approx 8{,}31$ Дж/(моль·К)

Количество вещества — число моль газа.
1 моль — группа из ≈ $6{,}02\cdot 10^{23}$ молекул.

Число Авогадро $N_A \approx 6{,}02\cdot 10^{23}$ $моль^{-1}$

$\nu = \dfrac{N}{N_A}$ — N: Число молекул газа; N_A: Число молекул в 1 моль

$\nu = \dfrac{m}{M}$ — m: Масса газа; M: Масса 1 моль газа — молярная масса

$pV = \dfrac{NRT}{N_A}$

$k = R/N_A \approx 1{,}38\cdot 10^{-23}$ Дж/К
постоянная Больцмана

разделим обе части на V: $p = \dfrac{N}{V}kT$

$n = N/V$ — концентрация газа - число молекул в 1 $м^3$.

$$p = nkT$$

$pV = \dfrac{m}{M}RT$

разделим обе части на V:

$p = \dfrac{mRT}{VM}$

$\rho = m/V$ — плотность газа.

$$p = \frac{\rho}{M}RT$$

$M \approx 16\cdot 10^{-3}$ кг/моль → 8, 15,9994, O, Кислород

2. Закон Дальтона

$$p_{смеси} = p_1 + p_2 + \ldots$$

Давление смеси нереагирующих газов.

Парциальное давление первого из газов, входящих в смесь, — т. е. давление, которое создавал бы этот газ, если бы он один занимал весь объем смеси.

$$p_1 = \frac{\nu_1 RT_{смеси}}{V_{смеси}}$$

3. Основное уравнение МКТ

Для идеального газа

$$p = \frac{2}{3}n\overline{E}_k^{пост} = \frac{1}{3}nm_0\upsilon_{кв}^2$$

$m_0 nm_0$ — Плотность газа ρ

$$m_0 = \frac{M}{N_A}$$

M — Масса 1 моль; N_A — Число молекул в 1 моль; m_0 — Масса одной молекулы

$$\overline{E}_k^{пост} = \frac{m_0\upsilon_{кв}^2}{2} = \frac{3}{2}kT$$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул

$$\upsilon_{кв} = \sqrt{\overline{\upsilon^2}}$$

Средняя квадратичная скорость

$$\overline{E}_k^{пост} = \frac{\frac{m_0\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_0\upsilon_2^2}{2} + \ldots + \frac{m_0\upsilon_N^2}{2}}{N} = \frac{m_0}{2}\left(\frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + \ldots + \upsilon_N^2}{N}\right) = \frac{m_0\overline{\upsilon^2}}{2} = \frac{m_0\upsilon_{кв}^2}{2},$$

4. Газовые законы

Из $pV = \nu RT$ следует, что если ν = const, то $\dfrac{pV}{T}$ = const

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

ν = const, газ идеальный

ν = const, T = const: $p_1V_1 = p_2V_2$

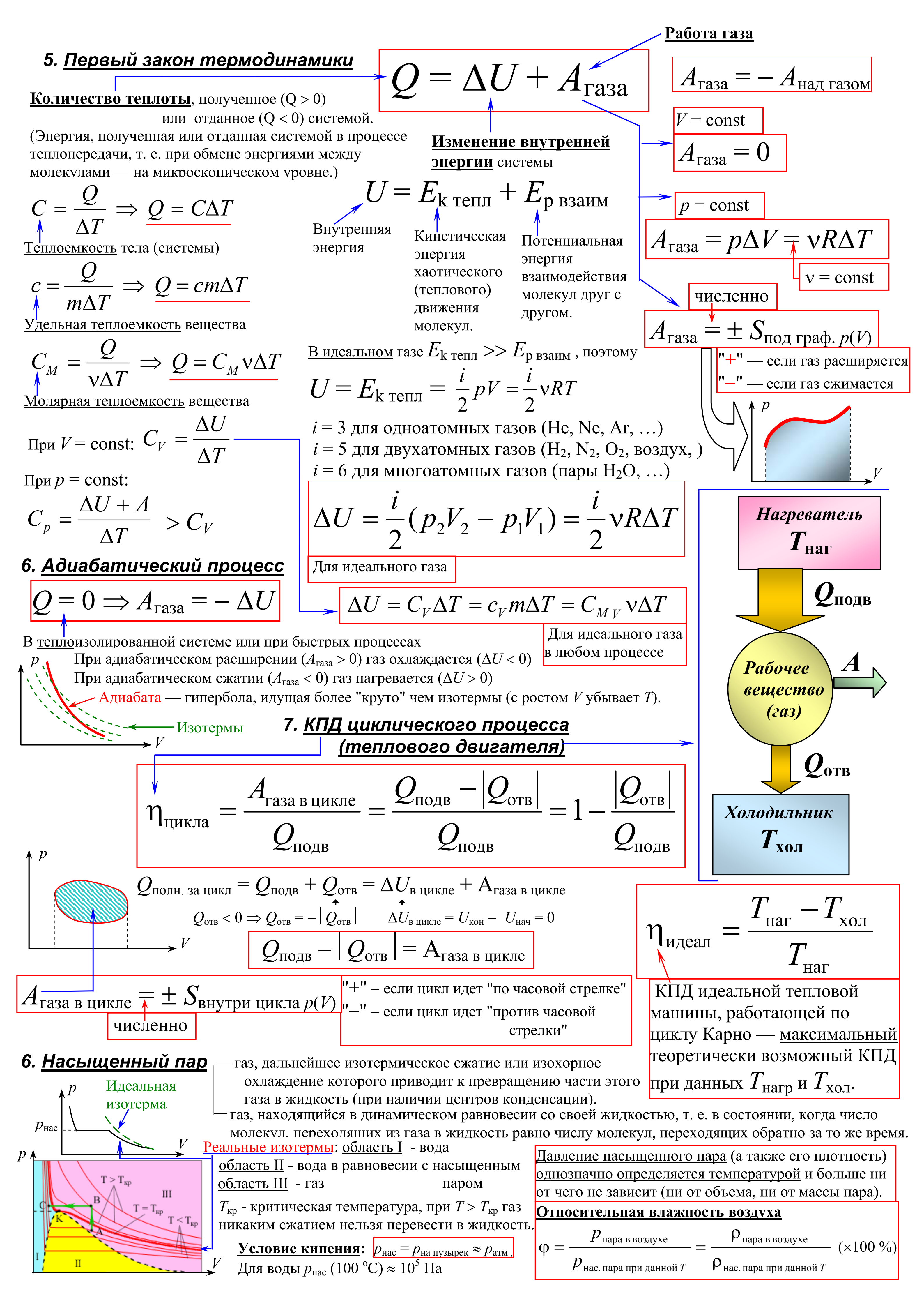
Изотермический процесс, график - изотерма.

ν = const, p = const: $\dfrac{V_1}{T_1} = \dfrac{V_2}{T_2}$

Изобарный процесс, график - изобара

ν = const, V = const: $\dfrac{p_1}{T_1} = \dfrac{p_2}{T_2}$

Изохорный процесс, график - изохора.



5. Первый закон термодинамики

$$Q = \Delta U + A_{газа}$$

Работа газа

Количество теплоты, полученное ($Q > 0$) или отданное ($Q < 0$) системой.
(Энергия, полученная или отданная системой в процессе теплопередачи, т. е. при обмене энергиями между молекулами — на микроскопическом уровне.)

Изменение внутренней энергии системы

$$A_{газа} = -A_{над\ газом}$$

V = const
$$A_{газа} = 0$$

p = const
$$A_{газа} = p\Delta V = \nu R\Delta T$$
ν = const

численно
$$A_{газа} = \pm S_{под\ граф.\ p(V)}$$
"+" — если газ расширяется
"–" — если газ сжимается

$$U = E_{k\ тепл} + E_{p\ взаим}$$

Внутренняя энергия

Кинетическая энергия хаотического (теплового) движения молекул.

Потенциальная энергия взаимодействия молекул друг с другом.

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \Rightarrow Q = C\Delta T$$
Теплоемкость тела (системы)

$$c = \frac{Q}{m\Delta T} \Rightarrow Q = cm\Delta T$$
Удельная теплоемкость вещества

$$C_M = \frac{Q}{\nu\Delta T} \Rightarrow Q = C_M\nu\Delta T$$
Молярная теплоемкость вещества

При V = const: $C_V = \frac{\Delta U}{\Delta T}$

При p = const:
$$C_p = \frac{\Delta U + A}{\Delta T} > C_V$$

В идеальном газе $E_{k\ тепл} >> E_{p\ взаим}$, поэтому
$$U = E_{k\ тепл} = \frac{i}{2}pV = \frac{i}{2}\nu RT$$
i = 3 для одноатомных газов (He, Ne, Ar, …)
i = 5 для двухатомных газов (H_2, N_2, O_2, воздух,)
i = 6 для многоатомных газов (пары H_2O, …)

$$\Delta U = \frac{i}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{i}{2}\nu R\Delta T$$
Для идеального газа

$$\Delta U = C_V\Delta T = c_V m\Delta T = C_{M\,V}\nu\Delta T$$
Для идеального газа в любом процессе

6. Адиабатический процесс

$$Q = 0 \Rightarrow A_{газа} = -\Delta U$$

В теплоизолированной системе или при быстрых процессах
При адиабатическом расширении ($A_{газа} > 0$) газ охлаждается ($\Delta U < 0$)
При адиабатическом сжатии ($A_{газа} < 0$) газ нагревается ($\Delta U > 0$)
Адиабата — гипербола, идущая более "круто" чем изотермы (с ростом V убывает T).
Изотермы

Нагреватель $T_{наг}$
$Q_{подв}$
Рабочее вещество (газ)
A
$Q_{отв}$
Холодильник $T_{хол}$

7. КПД циклического процесса (теплового двигателя)

$$\eta_{цикла} = \frac{A_{газа\ в\ цикле}}{Q_{подв}} = \frac{Q_{подв} - |Q_{отв}|}{Q_{подв}} = 1 - \frac{|Q_{отв}|}{Q_{подв}}$$

$$Q_{полн.\ за\ цикл} = Q_{подв} + Q_{отв} = \Delta U_{в\ цикле} + A_{газа\ в\ цикле}$$

$Q_{отв} < 0 \Rightarrow Q_{отв} = -|Q_{отв}|$ $\Delta U_{в\ цикле} = U_{кон} - U_{нач} = 0$

$$Q_{подв} - |Q_{отв}| = A_{газа\ в\ цикле}$$

$$A_{газа\ в\ цикле} = \pm S_{внутри\ цикла\ p(V)}$$
численно
"+" – если цикл идет "по часовой стрелке"
"–" – если цикл идет "против часовой стрелки"

$$\eta_{идеал} = \frac{T_{наг} - T_{хол}}{T_{наг}}$$

КПД идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно — максимальный теоретически возможный КПД при данных $T_{нагр}$ и $T_{хол}$.

6. Насыщенный пар

— газ, дальнейшее изотермическое сжатие или изохорное охлаждение которого приводит к превращению части этого газа в жидкость (при наличии центров конденсации).
— газ, находящийся в динамическом равновесии со своей жидкостью, т. е. в состоянии, когда число молекул, переходящих из газа в жидкость равно числу молекул, переходящих обратно за то же время.

Идеальная изотерма
$p_{нас}$

Реальные изотермы: область I - вода
область II - вода в равновесии с насыщенным паром
область III - газ

$T > T_{кр}$, $T = T_{кр}$, $T < T_{кр}$, I, II, III, K, A, B, C

$T_{кр}$ - критическая температура, при $T > T_{кр}$ газ никаким сжатием нельзя перевести в жидкость.

Условие кипения: $p_{нас} = p_{на\ пузырек} \approx p_{атм}$
Для воды $p_{нас}$ (100 °C) ≈ 10^5 Па

Давление насыщенного пара (а также его плотность) однозначно определяется температурой и больше ни от чего не зависит (ни от объема, ни от массы пара).

Относительная влажность воздуха

$$\varphi = \frac{p_{пара\ в\ воздухе}}{p_{нас.\ пара\ при\ данной\ T}} = \frac{\rho_{пара\ в\ воздухе}}{\rho_{нас.\ пара\ при\ данной\ T}}\ (\times 100\ \%)$$

VI. Электростатика



1. Закон Кулона

Сила электростатического взаимодействия точечных зарядов q_1 и q_2

$$F_{эл} = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{\varepsilon r^2}$$

$k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9\cdot 10^9\ \dfrac{Н\cdot м^2}{Кл^2}$

$\varepsilon_0 \approx 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная

r — расстояние между зарядами q_1 и q_2

ε — диэлектрическая проницаемость среды, в которой находятся заряды q_1 и q_2 (полагается, что среда — безграничный, однородный диэлектрик)

$\varepsilon_{возд} \approx \varepsilon_{вакуума} = 1$

Точечными считаются заряженные тела, размеры которых пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием между ними.

Заряды противоположных знаков ("разноименные") притягиваются друг к другу:

Заряды одинаковых знаков ("одноименные") отталкиваются друг от друга:

2. Принцип суперпозиции

Если на заряд q действуют несколько зарядов $Q_1, Q_2, \dots$, то:

$$\vec F_{на\ q} = \vec F_{на\ q}(Q_1) + \vec F_{на\ q}(Q_2) + \dots$$

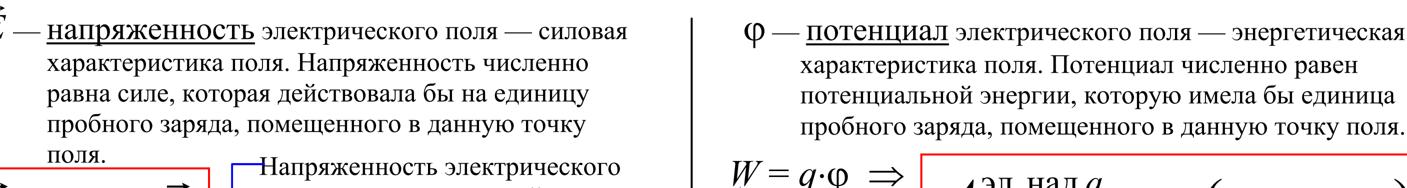
Сила, действующая на заряд q со стороны системы зарядов $Q_1, Q_2, \dots$

Сила, которая действовала бы на заряд q со стороны заряда Q_1, в отсутствие остальных зарядов $Q_2, Q_3, \dots$

3. Электрическое поле

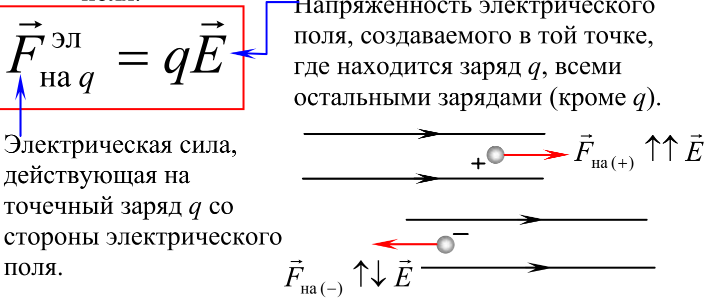
— особая материя, возникающая вокруг любых электрических зарядов и действующая электрической силой на любые электрические заряды, попавшие в это поле.

Характеристики электрического поля



$\vec E$ — напряженность электрического поля — силовая характеристика поля. Напряженность численно равна силе, которая действовала бы на единицу пробного заряда, помещенного в данную точку поля.

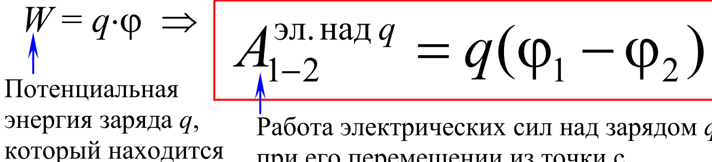
φ — потенциал электрического поля — энергетическая характеристика поля. Потенциал численно равен потенциальной энергии, которую имела бы единица пробного заряда, помещенного в данную точку поля.



$$\vec F^{эл}_{на\ q} = q\vec E$$

Напряженность электрического поля, создаваемого в той точке, где находится заряд q, всеми остальными зарядами (кроме q).

Электрическая сила, действующая на точечный заряд q со стороны электрического поля.

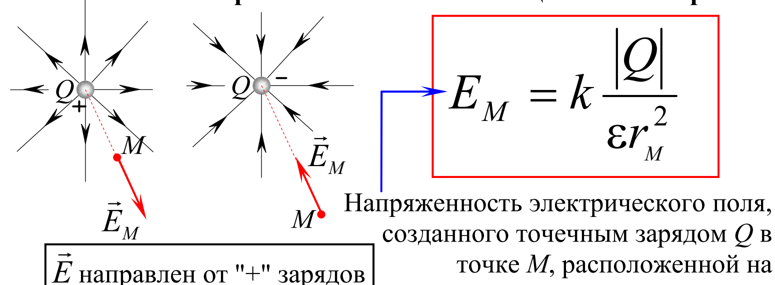


$$W = q\cdot\varphi \ \Rightarrow\ A^{эл.\ над\ q}_{1-2} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Потенциальная энергия заряда q, который находится в точке, где все остальные заряды (кроме q) создают потенциал φ.

Работа электрических сил над зарядом q при его перемещении из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2. (потенциалы φ_1 и φ_2 создаются всеми зарядами, кроме q)

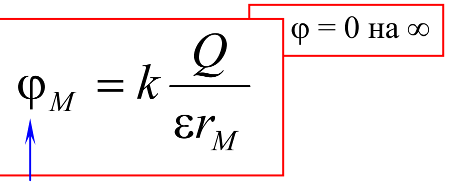
3.1. Напряженность и потенциал электрического поля, созданного одним точечным зарядом Q



$\vec E$ направлен от "+" зарядов к "–" зарядам

$$E_M = k\frac{|Q|}{\varepsilon r_M^2}$$

Напряженность электрического поля, созданного точечным зарядом Q в точке M, расположенной на расстоянии r_M от Q.

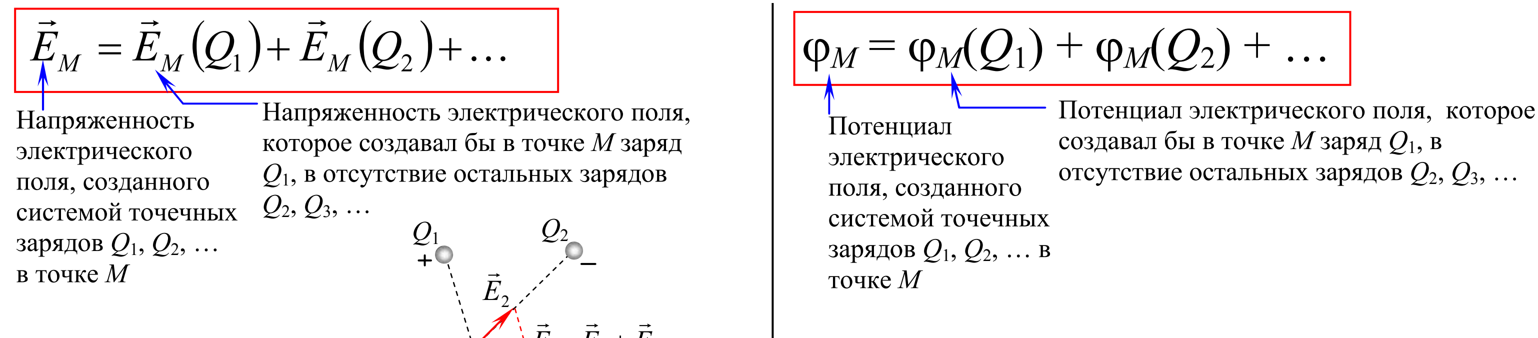


$$\varphi_M = k\frac{Q}{\varepsilon r_M}$$

$\varphi = 0$ на ∞

Потенциал электрического поля, созданного точечным зарядом Q в точке M, расположенной на расстоянии r_M от Q.

3.2. Напряженность и потенциал электрического поля, созданного системой точечных зарядов $Q_1, Q_2, \dots$



$$\vec E_M = \vec E_M(Q_1) + \vec E_M(Q_2) + \dots$$

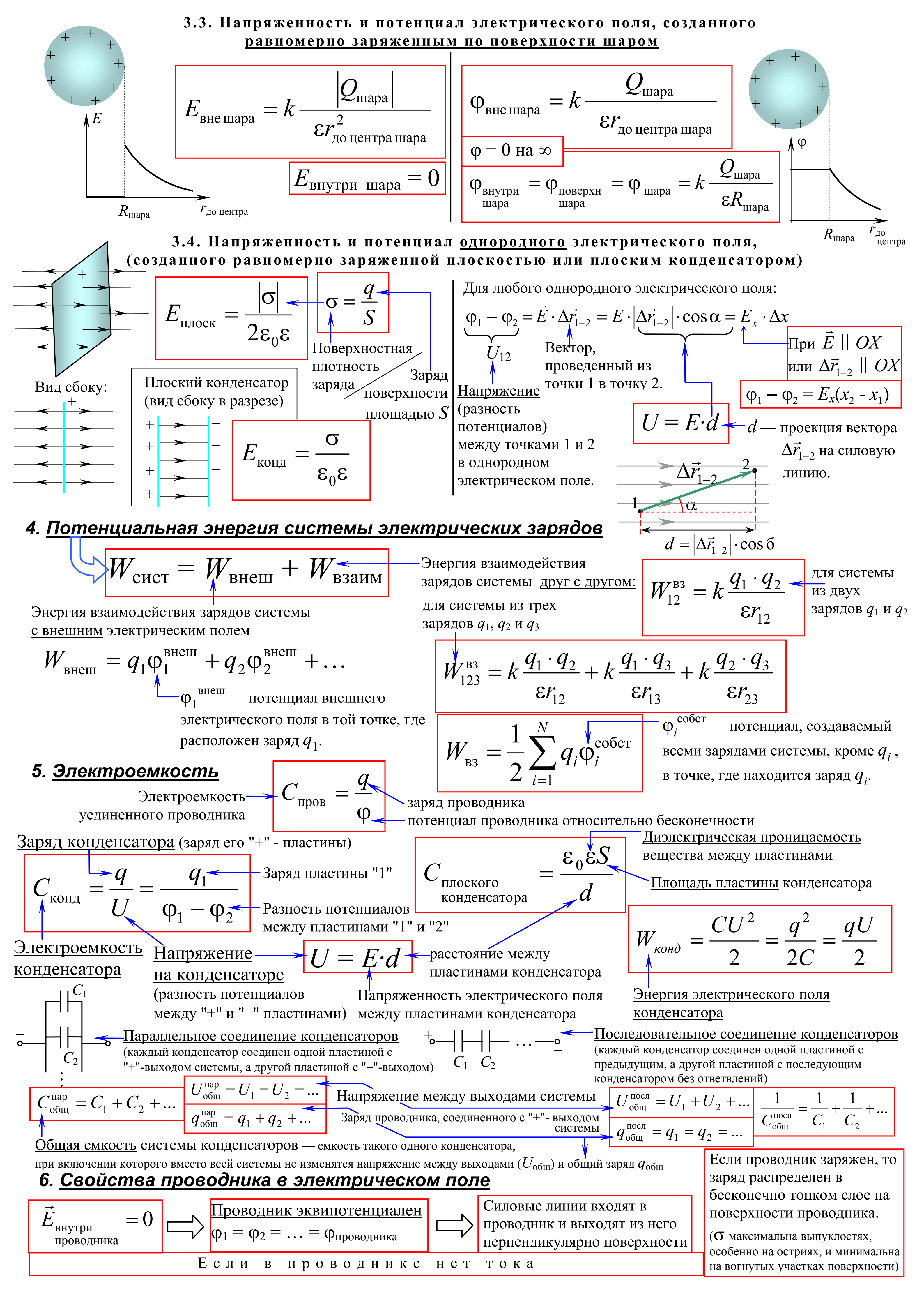
Напряженность электрического поля, созданного системой точечных зарядов $Q_1, Q_2, \dots$ в точке M

Напряженность электрического поля, которое создавал бы в точке M заряд Q_1, в отсутствие остальных зарядов $Q_2, Q_3, \dots$

$$\varphi_M = \varphi_M(Q_1) + \varphi_M(Q_2) + \dots$$

Потенциал электрического поля, созданного системой точечных зарядов $Q_1, Q_2, \dots$ в точке M

Потенциал электрического поля, которое создавал бы в точке M заряд Q_1, в отсутствие остальных зарядов $Q_2, Q_3, \dots$



3.3. Напряженность и потенциал электрического поля, созданного равномерно заряженным по поверхности шаром

$$E_{\text{вне шара}} = k\frac{|Q_{\text{шара}}|}{\varepsilon r^2_{\text{до центра шара}}}$$

$$E_{\text{внутри шара}} = 0$$

$$\varphi_{\text{вне шара}} = k\frac{Q_{\text{шара}}}{\varepsilon r_{\text{до центра шара}}}$$

$\varphi = 0$ на ∞

$$\varphi_{\text{внутри шара}} = \varphi_{\text{поверхн шара}} = \varphi_{\text{шара}} = k\frac{Q_{\text{шара}}}{\varepsilon R_{\text{шара}}}$$

3.4. Напряженность и потенциал однородного электрического поля, (созданного равномерно заряженной плоскостью или плоским конденсатором)

$$E_{\text{плоск}} = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0\varepsilon}$$

$$\sigma = \frac{q}{S}$$

Поверхностная плотность заряда

Заряд поверхности площадью S

Вид сбоку:

Плоский конденсатор (вид сбоку в разрезе)

$$E_{\text{конд}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$$

Для любого однородного электрического поля:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \vec{E}\cdot\Delta\vec{r}_{1-2} = E\cdot|\Delta\vec{r}_{1-2}|\cdot\cos\alpha = E_x\cdot\Delta x$$

U_{12}

Вектор, проведенный из точки 1 в точку 2.

Напряжение (разность потенциалов) между точками 1 и 2 в однородном электрическом поле.

При $\vec{E} \parallel OX$ или $\Delta\vec{r}_{1-2} \parallel OX$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E_x(x_2 - x_1)$$

$$U = E\cdot d$$

d — проекция вектора $\Delta\vec{r}_{1-2}$ на силовую линию.

$d = |\Delta\vec{r}_{1-2}|\cdot\cos\alpha$

4. Потенциальная энергия системы электрических зарядов

$$W_{\text{сист}} = W_{\text{внеш}} + W_{\text{взаим}}$$

Энергия взаимодействия зарядов системы друг с другом:

Энергия взаимодействия зарядов системы с внешним электрическим полем

$$W_{\text{внеш}} = q_1\varphi_1^{\text{внеш}} + q_2\varphi_2^{\text{внеш}} + \ldots$$

$\varphi_1^{\text{внеш}}$ — потенциал внешнего электрического поля в той точке, где расположен заряд q_1.

$$W_{12}^{\text{вз}} = k\frac{q_1\cdot q_2}{\varepsilon r_{12}}$$

для системы из двух зарядов q_1 и q_2

для системы из трех зарядов q_1, q_2 и q_3

$$W_{123}^{\text{вз}} = k\frac{q_1\cdot q_2}{\varepsilon r_{12}} + k\frac{q_1\cdot q_3}{\varepsilon r_{13}} + k\frac{q_2\cdot q_3}{\varepsilon r_{23}}$$

$$W_{\text{вз}} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i\varphi_i^{\text{собст}}$$

$\varphi_i^{\text{собст}}$ — потенциал, создаваемый всеми зарядами системы, кроме q_i, в точке, где находится заряд q_i.

5. Электроемкость

Электроемкость уединенного проводника

$$C_{\text{пров}} = \frac{q}{\varphi}$$

заряд проводника

потенциал проводника относительно бесконечности

Заряд конденсатора (заряд его "+" - пластины)

$$C_{\text{конд}} = \frac{q}{U} = \frac{q_1}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

Заряд пластины "1"

Разность потенциалов между пластинами "1" и "2"

Электроемкость конденсатора

Напряжение на конденсаторе (разность потенциалов между "+" и "–" пластинами)

$$U = E\cdot d$$

Напряженность электрического поля между пластинами конденсатора

расстояние между пластинами конденсатора

$$C_{\text{плоского конденсатора}} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$$

Диэлектрическая проницаемость вещества между пластинами

Площадь пластины конденсатора

$$W_{\text{конд}} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2}$$

Энергия электрического поля конденсатора

Параллельное соединение конденсаторов (каждый конденсатор соединен одной пластиной с "+"-выходом системы, а другой пластиной с "–"-выходом)

Последовательное соединение конденсаторов (каждый конденсатор соединен одной пластиной с предыдущим, а другой пластиной с последующим конденсатором без ответвлений)

$$C_{\text{общ}}^{\text{пар}} = C_1 + C_2 + \ldots$$

$$U_{\text{общ}}^{\text{пар}} = U_1 = U_2 = \ldots$$

$$q_{\text{общ}}^{\text{пар}} = q_1 + q_2 + \ldots$$

Напряжение между выходами системы

Заряд проводника, соединенного с "+"- выходом системы

$$U_{\text{общ}}^{\text{посл}} = U_1 + U_2 + \ldots$$

$$q_{\text{общ}}^{\text{посл}} = q_1 = q_2 = \ldots$$

$$\frac{1}{C_{\text{общ}}^{\text{посл}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots$$

Общая емкость системы конденсаторов — емкость такого одного конденсатора, при включении которого вместо всей системы не изменятся напряжение между выходами ($U_{\text{общ}}$) и общий заряд $q_{\text{общ}}$

6. Свойства проводника в электрическом поле

$$\vec{E}_{\text{внутри проводника}} = 0$$

⇒ Проводник эквипотенциален $\varphi_1 = \varphi_2 = \ldots = \varphi_{\text{проводника}}$

⇒ Силовые линии входят в проводник и выходят из него перпендикулярно поверхности

Если в проводнике нет тока

Если проводник заряжен, то заряд распределен в бесконечно тонком слое на поверхности проводника. (σ максимальна выпуклостях, особенно на остриях, и минимальна на вогнутых участках поверхности)

VII. Постоянный ток

Электрический ток - упорядоченное движение заряженных частиц, т. е. такое движение, при котором через поперечное сечение проводника происходит перенос заряда.

Носители тока - заряженные частицы, движение которых образует ток.

1. Упорядоченная скорость

Обычно заряженные частицы в веществе движутся беспорядочно — "хаотично". Среди направлений движения этих частиц нет преимущественного — все направления встречаются одинаково часто, поэтому через любое сечение проводника проходит в обе стороны в среднем одинаковое число носителей. Среднее значение вектора скорости заряженных частиц при таком движении в любой момент равно нулю: $\bar{\vec{v}} = \dfrac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \ldots + \vec{v}_N}{N} = 0$. Но если, продолжая беспорядочное движение, вся эта масса хаотически движущихся носителей начинает смещаться в какую-либо сторону (это называется "дрейф"), то такое движение считается упорядоченным и образует электрический ток. В этом случае среднее значение вектора скорости уже не равно нулю и называется скоростью упорядоченного движения носителей: $\vec{v}_{уп} = \bar{\vec{v}} = \dfrac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \ldots + \vec{v}_N}{N}$. $\vec{v}_{уп}$ направлена туда, куда смещается масса хаотично движущихся частиц - в сторону дрейфа. Можно представить себе ток в проводе так: цилиндрический сосуд, заполненный хаотически движущимися носителями тока, медленно (по сравнению со скоростями теплового движения носителей) перемещается. Скорость сосуда в этой модели - $\vec{v}_{уп}$. Если сосуд мысленно рассечь неподвижной плоскостью $\perp \vec{v}_{уп}$, то через эту плоскость будет



$\vec{v}_{уп}$

2. Сила тока

Модуль силы тока → $I = \dfrac{q}{t}$ ← Модуль заряда, перенесенного через поперечное сечение проводника за время t.

$I = \text{const}$

Единица измерения силы тока в СИ: 1 А = 1Кл/с

Если сила тока меняется ($I \neq \text{const}$), то вычисляют мгновенные значения силы тока (для каждого момента):

$$I = \frac{dq}{dt} = q'(t)$$

dq - заряд, перенесенный через поперечное сечение проводника за такое малое время dt, за которое сила тока не успевает существенно измениться.

3. Плотность тока

— вектор $\vec{j}$, направление которого совпадает с направлением, в котором переносится положительный заряд:

$\vec{j} \uparrow\uparrow \vec{v}_{уп(+)}$; $\vec{j} \uparrow\downarrow \vec{v}_{уп(-)}$

модуль вектора $\vec{j}$:

$$j = \frac{I}{S}$$

I — сила тока через поперечное сечение S.

во всех точках сечения S одинаковы $\vec{j}$

$$\vec{j} = q_0 n \vec{v}_{уп}$$

$\vec{v}_{уп}$ — Скорость упорядоченного движения носителей тока; n — Концентрация носителей тока; q_0 — Заряд одного носителя.

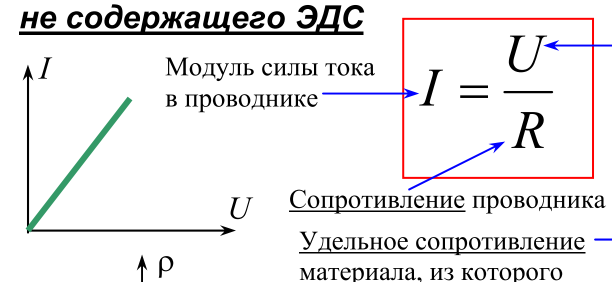
4. Закон Ома для участка цепи, не содержащего ЭДС

Модуль силы тока в проводнике → $I = \dfrac{U}{R}$

Напряжение (разность потенциалов) между концами проводника $U = \varphi_1 - \varphi_2$, (если ток течет от точки 1 к точке 2).

Сопротивление проводника — R

R, 1, 2, ток



$$R = \frac{\rho l}{S}$$

Удельное сопротивление материала, из которого изготовлен провод — ρ.

Площадь поперечного сечения провода — S.

l — длина провода

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha \cdot t)$$

t — Температура проводника в °С.

α — Температурный коэффициент сопротивления металла

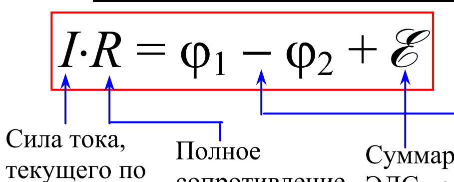
Единица измерения сопротивления в СИ: 1 Ом = 1В/А

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: 1 Ом·м

Источник тока — проводник, в котором действуют сторонние силы.

Сторонние силы — любые силы не электростатического происхождения, понуждающие носители тока к упорядоченному движению.

5. Закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС



$$I \cdot R = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathscr{E}$$

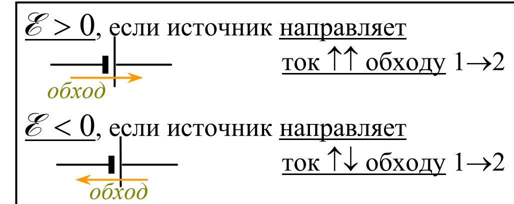
ℰ, R, 1, 2

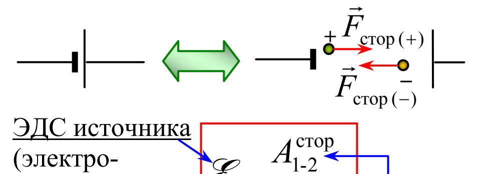
Направление обхода от 1→ к 2

Сила тока, текущего по участку 1 - 2 — I; Полное сопротивление участка 1-2 — R; Суммарная ЭДС на участке 1-2 — $\mathscr{E}$.

$I > 0$, если ток ↑↑ обходу 1→2

$I < 0$, если ток ↑↓ обходу 1→2

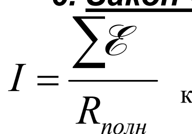




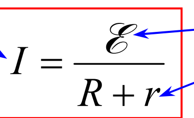
ЭДС источника (электродвижущая сила) $\mathscr{E} = \dfrac{A^{стор}_{1\text{-}2}}{q}$

Работа сторонних сил источника над зарядом q при его перемещении через источник в направлении обхода 1→2

6. Закон Ома для полной (замкнутой) цепи



$$I = \frac{\sum \mathscr{E}}{R_{полн}}$$



$$I = \frac{\mathscr{E}}{R + r}$$

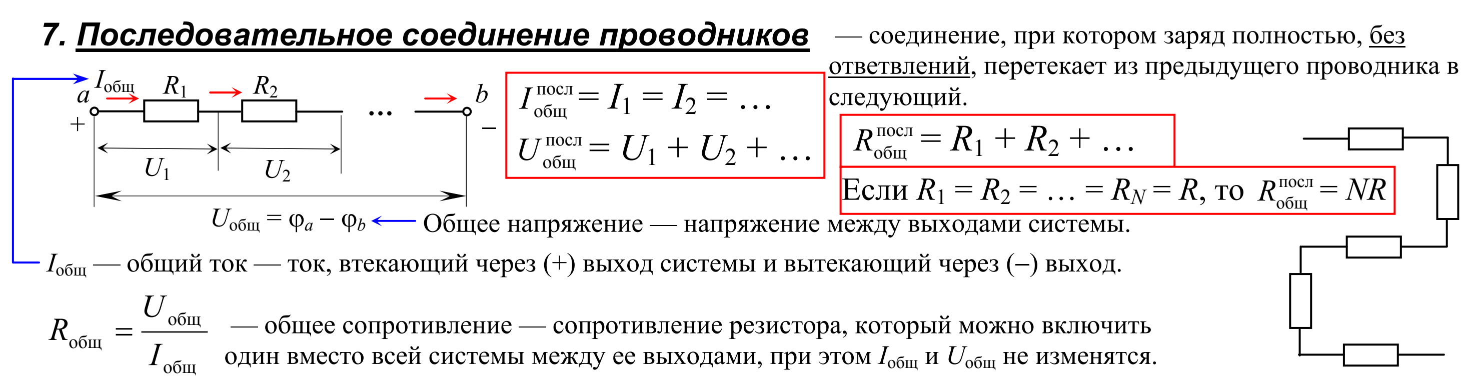
$\mathscr{E}$ — Суммарная ЭДС цепи; $R + r$ — Полное (суммарное) сопротивление цепи.

ℰ, r; R

r — Внутреннее сопротивление источника

7. *Последовательное соединение проводников*

— соединение, при котором заряд полностью, без ответвлений, перетекает из предыдущего проводника в следующий.



$$I_{общ}^{посл} = I_1 = I_2 = \ldots$$

$$U_{общ}^{посл} = U_1 + U_2 + \ldots$$

$$R_{общ}^{посл} = R_1 + R_2 + \ldots$$

Если $R_1 = R_2 = \ldots = R_N = R$, то $R_{общ}^{посл} = NR$

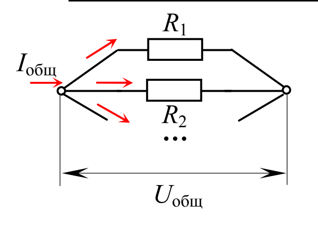
$U_{общ} = \varphi_a - \varphi_b$ ← Общее напряжение — напряжение между выходами системы.

$I_{общ}$ — общий ток — ток, втекающий через (+) выход системы и вытекающий через (–) выход.

$R_{общ} = \dfrac{U_{общ}}{I_{общ}}$ — общее сопротивление — сопротивление резистора, который можно включить один вместо всей системы между ее выходами, при этом $I_{общ}$ и $U_{общ}$ не изменятся.

8. *Параллельное соединение проводников*

— соединение, при котором каждый проводник присоединен одним концом к (+) выходу системы, а другим концом к (–) выходу.



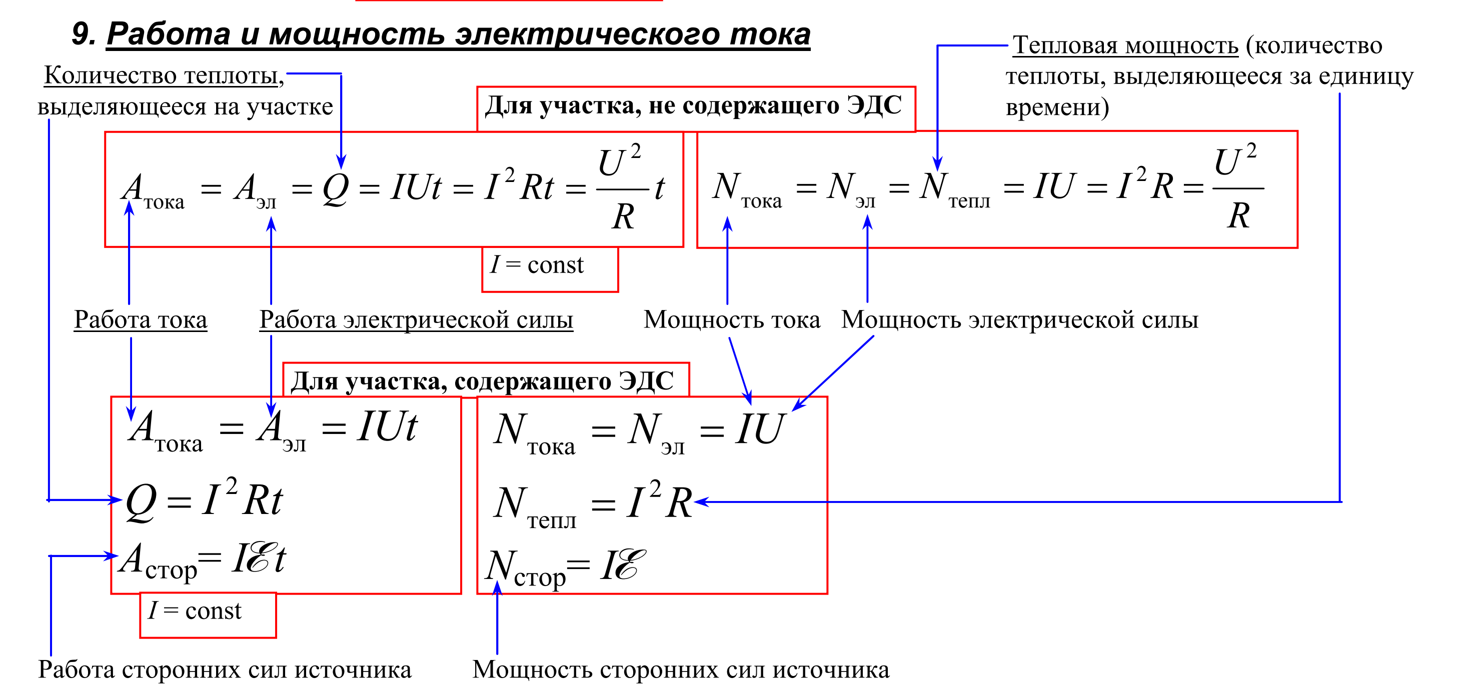
$$I_{общ}^{пар} = I_1 + I_2 + \ldots$$

$$U_{общ}^{пар} = U_1 = U_2 = \ldots$$

$$\frac{1}{R_{общ}^{пар}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots$$

Если $R_1 = R_2 = \ldots = R_N = R$, то $R_{общ}^{пар} = \dfrac{R}{N}$

9. *Работа и мощность электрического тока*



Для участка, не содержащего ЭДС

$$A_{тока} = A_{эл} = Q = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t$$

$I = \text{const}$

$$N_{тока} = N_{эл} = N_{тепл} = IU = I^2R = \frac{U^2}{R}$$

Количество теплоты, выделяющееся на участке

Тепловая мощность (количество теплоты, выделяющееся за единицу времени)

Работа тока

Работа электрической силы

Мощность тока

Мощность электрической силы

Для участка, содержащего ЭДС

$$A_{тока} = A_{эл} = IUt$$

$$Q = I^2Rt$$

$$A_{стор} = I\mathscr{E}t$$

$I = \text{const}$

$$N_{тока} = N_{эл} = IU$$

$$N_{тепл} = I^2R$$

$$N_{стор} = I\mathscr{E}$$

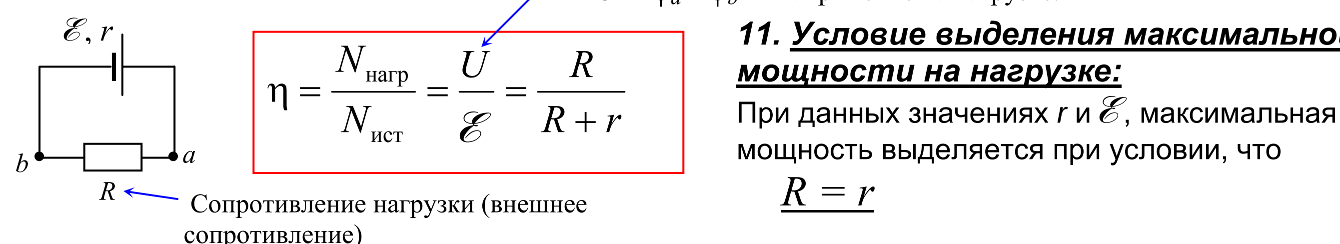
Работа сторонних сил источника

Мощность сторонних сил источника

10. *КПД электрической цепи*



$U = \varphi_a - \varphi_b$ — напряжение на нагрузке.



$$\eta = \frac{N_{нагр}}{N_{ист}} = \frac{U}{\mathscr{E}} = \frac{R}{R + r}$$

R ← Сопротивление нагрузки (внешнее сопротивление)

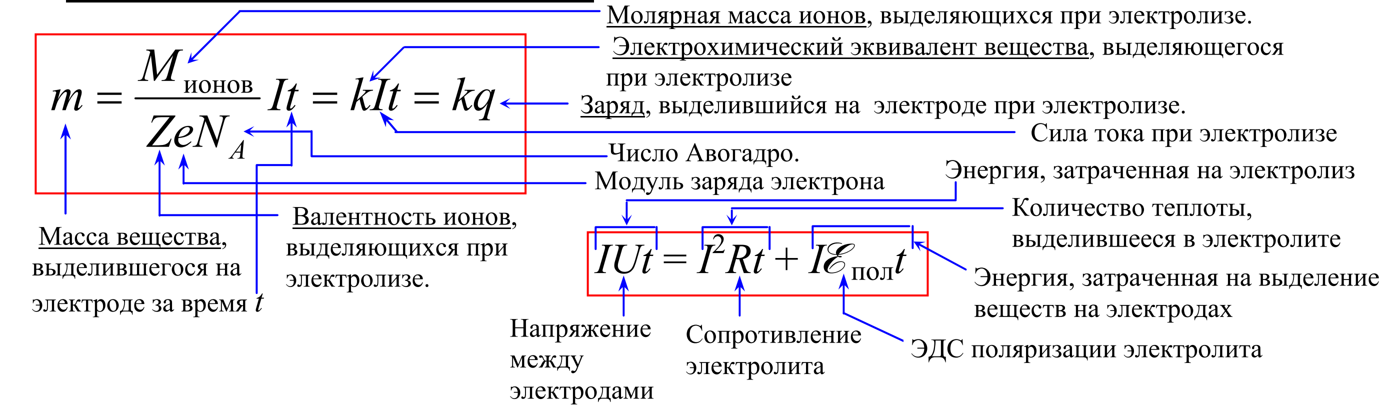
11. *Условие выделения максимальной мощности на нагрузке:*

При данных значениях r и $\mathscr{E}$, максимальная мощность выделяется при условии, что

$$R = r$$

12. *Закон Фарадея для электролиза*





$$m = \frac{M_{ионов}}{ZeN_A} It = kIt = kq$$

Молярная масса ионов, выделяющихся при электролизе.

Электрохимический эквивалент вещества, выделяющегося при электролизе

Заряд, выделившийся на электроде при электролизе.

Сила тока при электролизе

Число Авогадро.

Модуль заряда электрона

Масса вещества, выделившегося на электроде за время t

Валентность ионов, выделяющихся при электролизе.

Энергия, затраченная на электролиз

Количество теплоты, выделившееся в электролите

Энергия, затраченная на выделение веществ на электродах

$$IUt = I^2Rt + I\mathscr{E}_{пол}t$$

Напряжение между электродами

Сопротивление электролита

ЭДС поляризации электролита

VIII. Магнитные явления

1. *Магнитное поле* — особая материя, возникающая вокруг любых движущихся электрических зарядов (токов).
действующая магнитными силами на движущиеся заряды (токи).



Сила Лоренца — сила, действующая со стороны магнитного поля на отдельные движущиеся заряды.

$$F_{лор} = |q|\,\upsilon B\cdot\sin\alpha$$

модуль скорости заряда q; α — угол между $\vec\upsilon$ и $\vec B$; модуль вектора $\vec B$ — вектора магнитной индукции.

$$\vec F_{лор}\perp\vec\upsilon,\quad \vec F_{лор}\perp\vec B$$

Левая рука

Большой палец указывает направление $\vec F_{лор}$, действующей на (+) заряд.

Если заряд летит параллельно $\vec B$, то $F_{лор} = 0$

Единица измерения магнитной индукции в СИ: 1Тл
1Тл = 1Н·с/(Кл·м) — индукция такого магнитного поля, в котором на единицу заряда, движущегося со скоростью 1м/с действует максимальная сила Лоренца 1Н. (Сила максимальна при $\alpha = 90^\circ$)

Сила Ампера — сила, действующая со стороны магнитного поля на провод с током.

$$F_A = IlB\cdot\sin\alpha$$

α — угол между током и $\vec B$

Провод прямолинейный, находится в однородном магнитном поле.

Длина провода

Сила тока в проводе

$$\vec F_A\perp току$$
$$\vec F_A\perp\vec B$$

Большой палец указывает направление $\vec F_A$.

Левая рука

Если провод с током параллелен $\vec B$, то $\vec F_A = 0$

1Тл = 1Н/(А·м) — индукция такого однородного магнитного поля, в котором на прямой провод длиной 1 м с током силой 1А действует максимальная сила Ампера 1Н. (Сила максимальна при $\alpha = 90^\circ$)

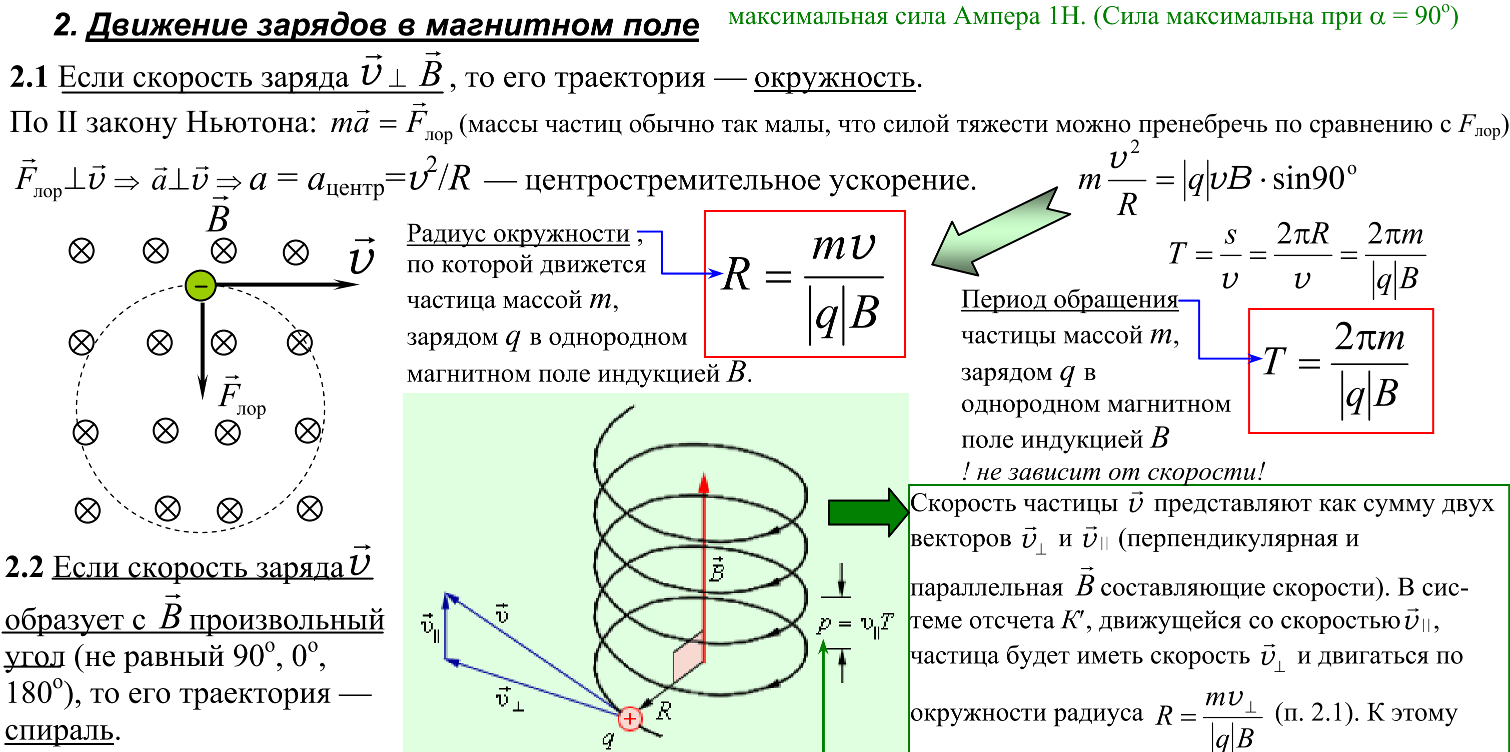
2. *Движение зарядов в магнитном поле*

2.1 Если скорость заряда $\vec\upsilon\perp\vec B$, то его траектория — окружность.

По II закону Ньютона: $m\vec a = \vec F_{лор}$ (массы частиц обычно так малы, что силой тяжести можно пренебречь по сравнению с $F_{лор}$)

$\vec F_{лор}\perp\vec\upsilon \Rightarrow \vec a\perp\vec\upsilon \Rightarrow a = a_{центр} = \upsilon^2/R$ — центростремительное ускорение.

$$m\frac{\upsilon^2}{R} = |q|\upsilon B\cdot\sin 90^\circ$$



Радиус окружности, по которой движется частица массой m, зарядом q в однородном магнитном поле индукцией B.

$$R = \frac{m\upsilon}{|q|B}$$

$$T = \frac{s}{\upsilon} = \frac{2\pi R}{\upsilon} = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

Период обращения частицы массой m, зарядом q в однородном магнитном поле индукцией B

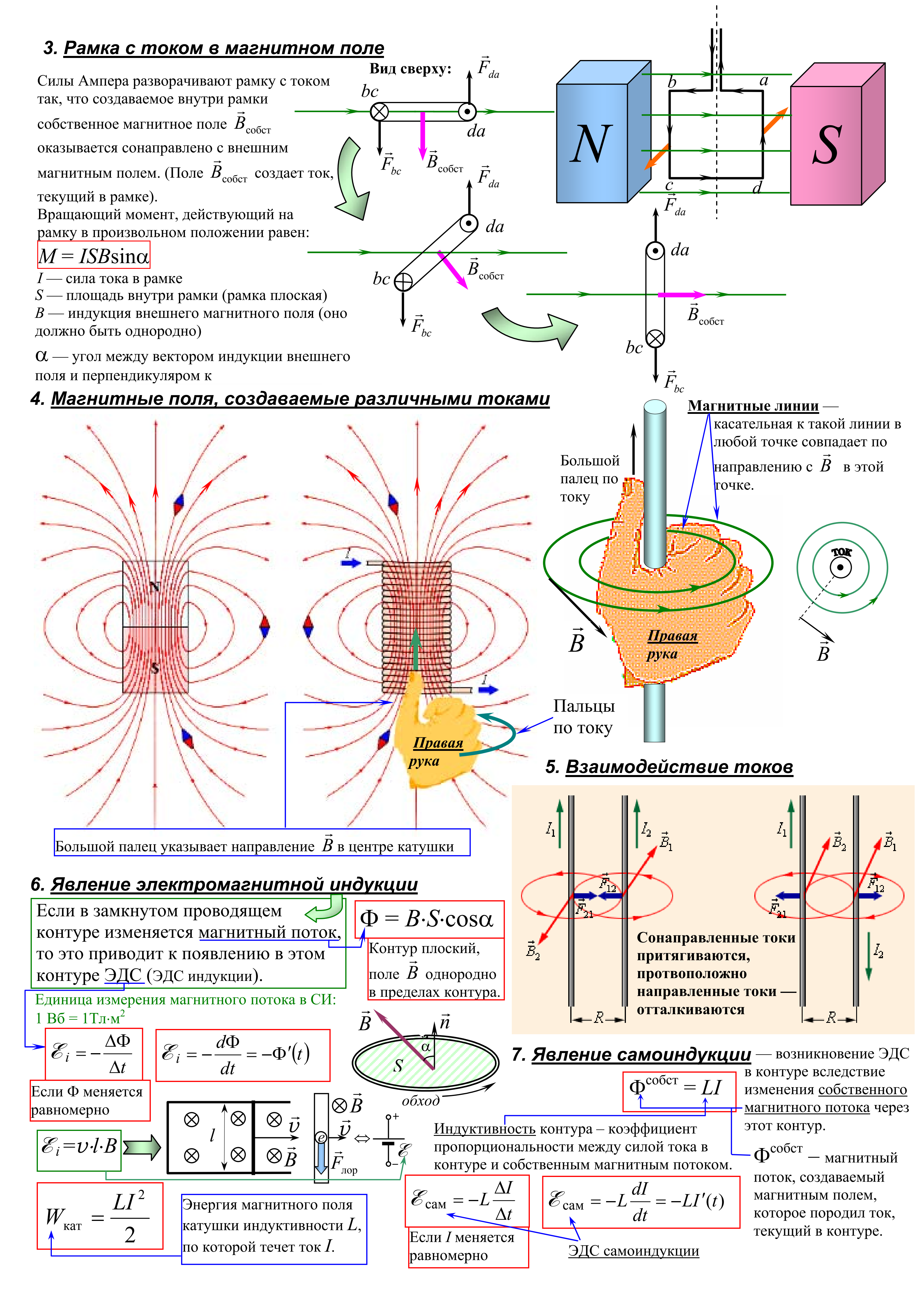
$$T = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

! не зависит от скорости!

2.2 Если скорость заряда $\vec\upsilon$ образует с $\vec B$ произвольный угол (не равный 90°, 0°, 180°), то его траектория — спираль.

Скорость частицы $\vec\upsilon$ представляют как сумму двух векторов $\vec\upsilon_{\perp}$ и $\vec\upsilon_{\parallel}$ (перпендикулярная и параллельная $\vec B$ составляющие скорости). В системе отсчета K', движущейся со скоростью $\vec\upsilon_{\parallel}$, частица будет иметь скорость $\vec\upsilon_{\perp}$ и двигаться по окружности радиуса $R = \dfrac{m\upsilon_{\perp}}{|q|B}$ (п. 2.1). К этому вращению добавляется поступательное движение K'-системы в результате получается движение по спирали (см. рис.)

Шаг спирали — расстояние, на которое смещается частица вдоль направления $\vec B$ за один полный оборот, т. е. за время $T = \dfrac{2\pi m}{|q|B}$



3. Рамка с током в магнитном поле

Силы Ампера разворачивают рамку с током так, что создаваемое внутри рамки собственное магнитное поле $\vec{B}_{собст}$ оказывается сонаправлено с внешним магнитным полем. (Поле $\vec{B}_{собст}$ создает ток, текущий в рамке).

Вращающий момент, действующий на рамку в произвольном положении равен:

$$M = ISB\sin\alpha$$

I — сила тока в рамке
S — площадь внутри рамки (рамка плоская)
B — индукция внешнего магнитного поля (оно должно быть однородно)
α — угол между вектором индукции внешнего поля и перпендикуляром к

4. Магнитные поля, создаваемые различными токами

Большой палец указывает направление $\vec{B}$ в центре катушки

5. Взаимодействие токов

Сонаправленные токи притягиваются, противоположно направленные токи — отталкиваются

6. Явление электромагнитной индукции

Если в замкнутом проводящем контуре изменяется магнитный поток, то это приводит к появлению в этом контуре ЭДС (ЭДС индукции).

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha$$

Контур плоский, поле $\vec{B}$ однородно в пределах контура.

Единица измерения магнитного потока в СИ: 1 Вб = 1Тл·м^2

$$\mathscr{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Если Φ меняется равномерно

$$\mathscr{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\Phi'(t)$$

$$\mathscr{E}_i = \upsilon \cdot l \cdot B$$

$$W_{кат} = \frac{LI^2}{2}$$

Энергия магнитного поля катушки индуктивности L, по которой течет ток I.

7. Явление самоиндукции

Явление самоиндукции — возникновение ЭДС в контуре вследствие изменения собственного магнитного потока через этот контур.

$$\Phi^{собст} = LI$$

Индуктивность контура – коэффициент пропорциональности между силой тока в контуре и собственным магнитным потоком.

$\Phi^{собст}$ — магнитный поток, создаваемый магнитным полем, которое породил ток, текущий в контуре.

$$\mathscr{E}_{сам} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Если I меняется равномерно

$$\mathscr{E}_{сам} = -L\frac{dI}{dt} = -LI'(t)$$

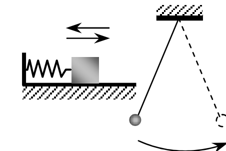
ЭДС самоиндукции

IX. Колебания и волны

1. <u>Колебаниями</u> называется точное или приближенное повторение какого-либо процесса с течением времени (обычно повторение бывает многократным).

В зависимости от физической природы повторяющегося процесса различают:

а) **Механические колебания** — повторяющийся процесс представляет собой механическое движение:



б) **Электромагнитные колебания** — повторяющийся процесс представляет собой изменение силы тока, напряжения, заряда конденсатора в электрической цепи, вектора $\vec{E}$ (напряженности электрического поля), вектора $\vec{B}$ (индукции магнитного поля).

в) **Другие колебания** — повторяться могут и другие процессы, например, изменение температуры и пр.

<u>Колеблющимися величинами</u> называются физические величины, описывающие процесс, повторяющийся при колебаниях, (или систему, с которой этот процесс происходит) и сами испытывающие повторяющиеся изменения.

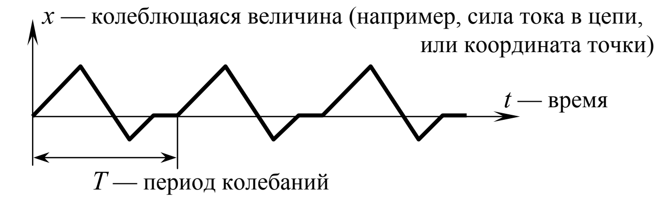
В *механических* колебаниях колеблющимися величинами могут быть: координата, скорость, ускорение и другие величины, описывающие механическое движение.

В *электромагнитных* колебаниях колеблющимися величинами могут быть: сила тока, напряжение, заряд конденсатора, $\vec{E}$, $\vec{B}$ и другие величины, описывающие электрический ток и электромагнитное поле.

<u>Периодическими</u> называются колебания, при которых происходит точное повторение процесса через равные промежутки времени.

<u>Периодом</u> периодических колебаний называется минимальное время, через которое система возвращается в первоначальное состояние и начинается повторение процесса.

Процесс, происходящий за один период колебаний, называется «одно полное колебание».



<u>Частотой</u> периодических колебаний называется число полных колебаний за единицу времени (1 секунду) — это может быть не целое число.

$$\nu = \frac{1}{T}$$

Период — время одного полного колебания.

Чтобы вычислить частоту ν, надо разделить 1 секунду на время T одного колебания (в секундах) и получится число колебаний за 1 секунду.

2. <u>Гармоническими колебаниями</u> называются колебания, в которых колеблющиеся величины зависят от времени по закону синуса, или косинуса.

$$x = A\cdot\cos(\omega t + \varphi_0)$$

<u>Колеблющаяся величина</u> (координата точки, сила тока, напряженность поля, или иная величина)

<u>Начальная фаза</u> — значение фазы φ в момент $t = 0$.

Изменяя значение φ_0, можно получать различные значения x в момент $t = 0$.

<u>Фаза колебаний</u> — аргумент функции синус или косинус в уравнении зависимости колеблющейся величины от времени.

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

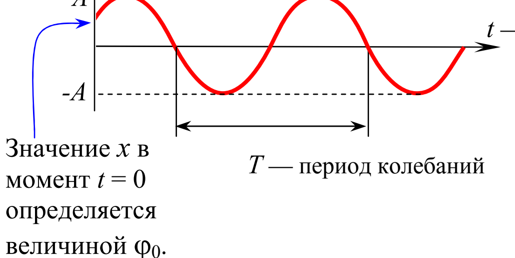
<u>Циклическая частота</u> колебаний — скорость изменения фазы с течением времени.

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Изменение фазы, произошедшее за время Δt.

<u>Амплитуда колебаний</u> — максимальное отклонение колеблющейся величины от среднего за период значения.

Если среднее за период значение колеблющейся величины равно 0, то **амплитуда равна максимальному значению колеблющейся величины**: $A = x_m$



Значение x в момент $t = 0$ определяется величиной φ_0.

Если время Δt равно периоду колебаний T, то изменение фазы $\Delta\varphi$ за это время (T) должно быть равно 2π (т. к. функции sin и cos повторяют свои значения при изменении аргумента (φ) на 2π, а через время T значение колеблющейся величины как раз должно повториться).

Таким образом, при $\Delta t = T$ будет $\Delta\varphi = 2\pi \Rightarrow \omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

подставлено $1/T = \nu$

Если колебания гармонические,
т. е. колеблющаяся величина x равна $x = A\cdot\cos(\omega t + \varphi_0)$,
то вторая производная колеблющейся величины по времени x'' будет пропорциональна самой колеблющейся величине (x):

$$x'(t) = -\omega A\cdot\sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$x''(t) = -\omega^2 A\cdot\cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2\cdot x$$

$$x''(t) = -\omega^2\cdot x$$

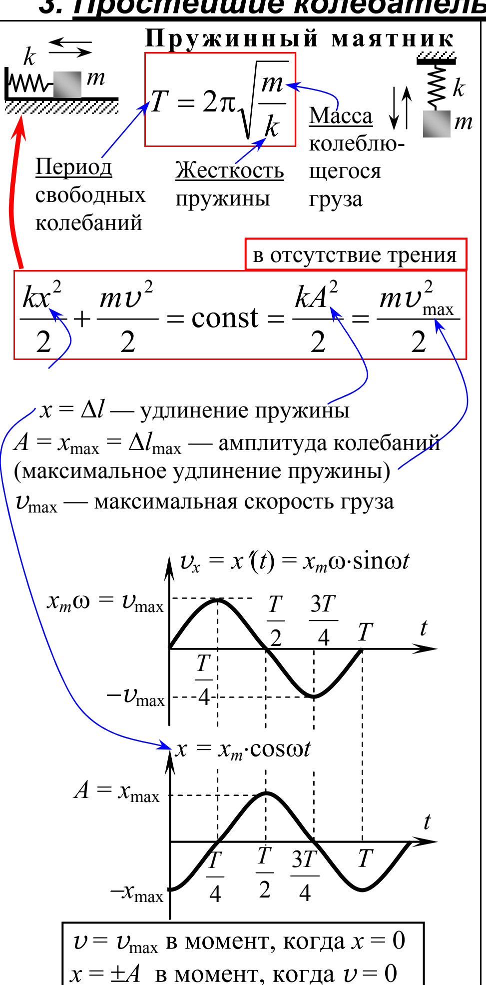
Если x — координата точки, движущейся вдоль оси OX, то:

$x'(t) = \upsilon_x$ — проекция скорости $\Rightarrow$ $\upsilon_{max} = \omega A$ — максимальная скорость.

$x''(t) = a_x$ — проекция ускорения $\Rightarrow$ $a_{max} = \omega^2 A$ - максимальное ускорение.

Это уравнение называется <u>дифференциальным уравнением гармонических колебаний</u>. Если какая-либо физическая величина x подчиняется уравнению такого вида, то можно утверждать, что она зависит от времени по гармоническому закону (sin и cos), а процесс, который описывает величина x, представляет собой гармонические колебания.





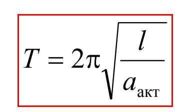
Математический маятник



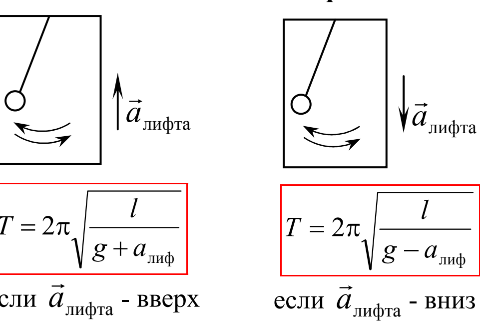
Если кроме силы тяжести на маятник действуют другие постоянные активные силы, то вместо g в формулу подставляют модуль ускорения, создаваемого суммой всех активных сил:

$$\vec{a}_{акт} = \frac{\sum \vec{F}_{акт}}{m}$$

(активными называются силы, имеющие ненулевой вращающий момент относительно точки подвеса маятника)

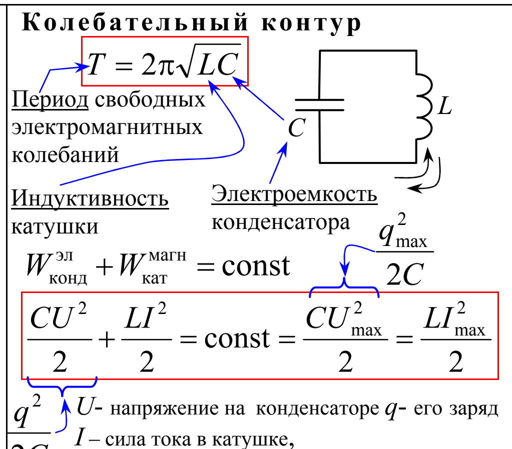


Маятник в лифте:

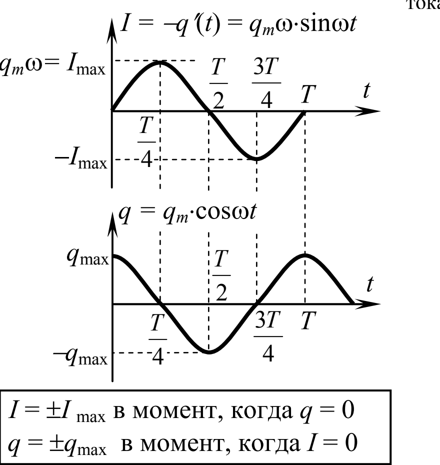


если $\vec{a}_{лифта}$ - вверх   если $\vec{a}_{лифта}$ - вниз

Колебательный контур



$\frac{q^2}{2C}$ U- напряжение на конденсаторе q- его заряд
I – сила тока в катушке,
q_{max}, U_{max} и I_{max} – максимальные (амплитудные) значения заряда, напряжения и силы тока.

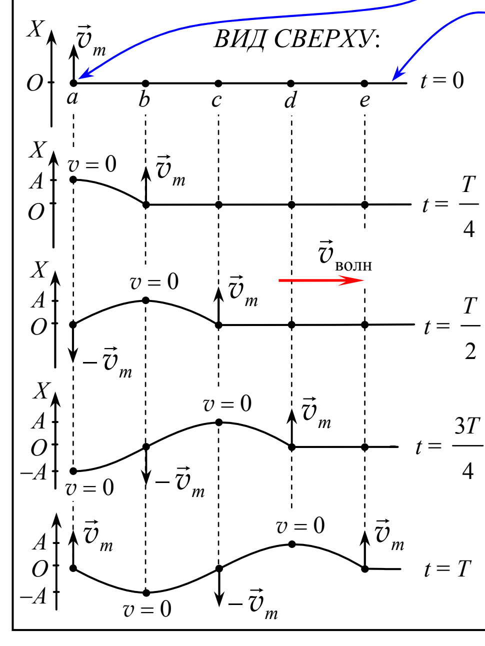


$I = \pm I_{max}$ в момент, когда $q = 0$
$q = \pm q_{max}$ в момент, когда $I = 0$

4. Волна

Волна — распространение колебательного процесса в пространстве с течением времени. (Если в какой-то области пространства происходит колебательный процесс, то это может породить аналогичные колебания в соседних областях пространства. Например, если какая-либо точка упругой среды совершает механические колебания, то при этом она, как правило, заставляет колебаться соседние, прилегающие к ней точки среды. Те, в свою очередь, передают колебательное движение следующим точкам и т. д. Таким образом, в колебательный процесс вовлекаются все новые и новые области пространства. Другой пример – электромагнитные колебания. Если в какой-то точке пространства (эту точку назовем источником) происходят колебания индукции магнитного поля $\vec{B}$, то это порождает в окружающем пространстве колебания напряженности электрического поля $\vec{E}$, которые, в свою очередь, порождают новые колебания $\vec{B}$ и т. д. Электромагнитные колебания распространяются от источника, т. е. начинают происходить во все новых и новых областях пространства)

Пример: на гладкой горизонтальной поверхности лежит шнур и в некоторый момент его крайнюю точку a начинают двигать вдоль оси OX по закону $x = A\sin\omega t$

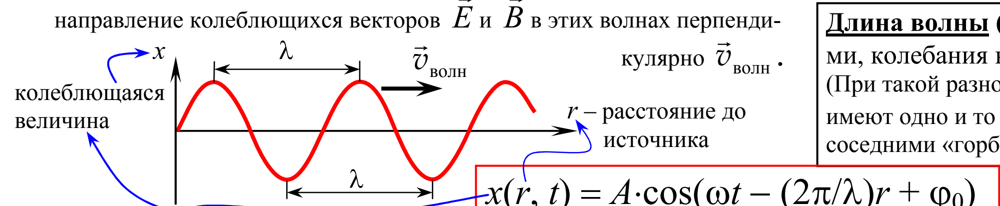


Точка a начинает двигаться, при этом ее скорость меняется по закону $v_x = x' = A\omega\cos\omega t$, так что в момент $t = 0$ скорость максимальна $v_m = A\omega$. К моменту $t = T/4$ точка a смещается в положение $x = A$. Соседние точки шнура движутся за ней, повторяют ее движение, заставляя двигаться следующие точки. В момент $t = T/4$ волна дошла до точки b и она начала двигаться (ее состояние в момент $t = T/4$ совпадает с состоянием точки a в момент $t = 0$) В дальнейшем все новые и новые точки будут вовлекаться в колебательное движение, аналогичное движению источника – точки a.

Фронт волны — поверхность отделяющая область пространства, в которой уже начались колебания, от области, где колебания еще не происходят. Фронт волны перемещается по мере распространения волны. (В рассмотренном примере со шнуром фронтом волны в момент $t = T/4$ является точка b, в момент $t = T/2$ – точка c, и т. д.)

Скорость распространения волны ($\vec{v}_{волн}$) — скорость движения волнового фронта, а также любой другой поверхности постоянной фазы (любого «горба» волны, или «впадины»).

Механическая волна называется **поперечной**, если направление движения колеблющихся точек в ней перпендикулярно направлению $\vec{v}_{волн}$. Если же колеблющиеся точки движутся параллельно $\vec{v}_{волн}$, то волна называется **продольной**. (Рассмотренная в примере волна в шнуре – поперечная, а звук – продольная волна.) Электромагнитные волны являются поперечными, т. к. направление колеблющихся векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$ в этих волнах перпендикулярно $\vec{v}_{волн}$.



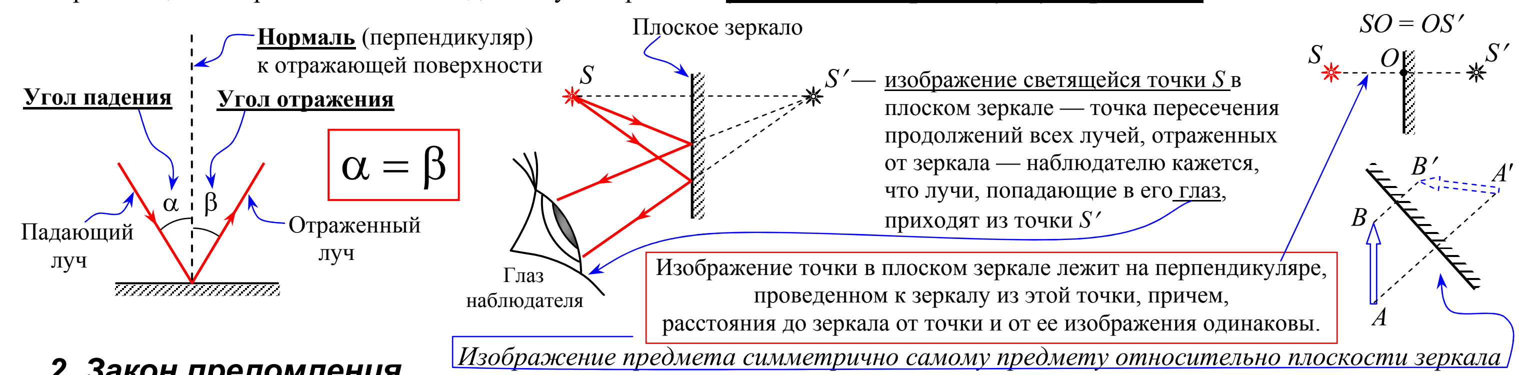
Длина волны (λ) — минимальное расстояние между точками, колебания в которых происходят с разностью фаз 2π. (При такой разности фаз колеблющиеся величины в этих точках имеют одно и то же значение, так что λ — расстояние между соседними «горбами», или соседними «впадинами» волны)

$$\lambda = v_{волн}\cdot T = v_{волн} / \nu$$

X. Оптика

1. Закон отражения

Луч падающий и луч отраженный лежат в одной плоскости с нормалью, проведенной к отражающей поверхности в точке падения луча. При этом **угол падения равен углу отражения**.



2. Закон преломления

При переходе из одной прозрачной среды в другую световой луч частично отражается от границы раздела сред, а частично проходит в следующую среду, причем, в новой среде направление луча может измениться. Такой луч, изменивший свое направление при переходе в новую среду, называется ПРЕЛОМЛЕННЫМ лучом.

Угол падения

Нормаль (перпендикуляр) к границе раздела сред

α

Падающий луч

Отраженный луч (результат частичного отражения)

Преломленный луч

β

Угол преломления

Луч падающий и луч преломленный лежат в одной плоскости с нормалью, проведенной к границе раздела сред в точке падения луча. При этом **отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных двух сред при данной частоте излучения** $\left(\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}\right)$.

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{21} = \frac{v_{\text{света }1}}{v_{\text{света }2}} = \frac{n_2}{n_1}$$

n_2 — абсолютный показатель преломления второй среды

n_1 — абсолютный показатель преломления первой среды

$\dfrac{v_{\text{света }1}}{v_{\text{света }2}}$ — Отношение скорости света в первой среде к скорости света во второй

Относительный показатель преломления (показатель преломления второй среды относительно первой)

Абсолютный показатель преломления – показатель преломления среды относительно вакуума:

$$n_{\text{среды}} = \frac{c}{v_{\text{света в среде}}}$$

Скорость света в вакууме $c \approx 3\cdot10^8$ м/с

$v_{\text{света в воздухе}} \approx c$, т. е. $n_{\text{воздуха}} \approx 1$

$n_2 > n_1$; $\alpha > \beta$	$n_2 < n_1$; $\alpha < \beta$
α; *Среда* 1 (воздух) n_1; n_2 *Среда 2* (вода); β	α; *Среда* 1 (стекло) n_1; n_2 *Среда 2* (воздух); β
При переходе луча в оптически более плотную среду ($n_2 > n_1$) луч приближается к нормали	При переходе луча в оптически менее плотную среду ($n_2 < n_1$) луч отдаляется от нормали

При переходе луча <u>в оптически менее плотную</u> среду ($n_2 < n_1$) может произойти ПОЛНОЕ ОТРАЖЕНИЕ луча от границы раздела сред, если угол падения слишком велик: $\alpha \geq \alpha_0$

α_0 – **угол полного внутреннего отражения**

при угле падения $\alpha = \alpha_0$
угол преломления $\beta_0 = 90^\circ$ $\Rightarrow$ $\sin\alpha_0 = \dfrac{n_2}{n_1}$

Среда 2 (воздух) $n_2 < n_1 \Rightarrow \alpha < \beta$

$\beta_0 = 90^\circ$

α_0

$\alpha > \alpha_0$

n_1 *Среда* 1 (вода)

При углах падения меньших, чем α_0, луч отражается от границы раздела сред лишь частично (с ростом α доля отраженной энергии растет)

При $\alpha \geq \alpha_0$ луч полностью отражается от границы раздела сред и не выходит во вторую среду

$$\sin\alpha_0 = \frac{1}{n}$$

если луч выходит в воздух или вакуум из среды с показателем преломления *n*

$$n_1\cdot\sin\alpha_1 = n_2\cdot\sin\alpha_2 = \ldots = \text{const}$$

произведение показателя преломления среды на синус угла между лучом и нормалью в этой среде остается неизменным при переходе из одной среды в другую

4. Линза

4. Линза — прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями.

Линза считается <u>тонкой</u>, если ее толщина *AB* мала по сравнению с радиусами R_1 и R_2 сферических поверхностей, ограничивающих линзу, а также по сравнению с расстояниями *d* и *f* от линзы до предмета и от линзы до изображения.

R_2 и R_1 берутся со знаком «+», если сфера выпуклая, «–» - если вогнутая

R_2; R_1; *A*; *B*; O_1; O_2

Главная оптическая ось линзы – прямая, проходящая через центры O_1 и O_2 сферических поверхностей, ограничивающих линзу.

Линза называется **собирающей**, если лучи, падающие на нее параллельно друг другу, после преломления сходятся.

Линза называется **рассеивающей**, если лучи, падающие на нее параллельно друг другу, после преломления расходятся.

Фокусом линзы называется точка, в которой после преломления пересекаются лучи, упавшие на линзу <u>параллельно ее главной оптической оси</u> (или продолжения преломленных лучей, если линза рассеивающая).

Обозначение тонкой собирающей линзы

Обозначение тонкой рассеивающей линзы

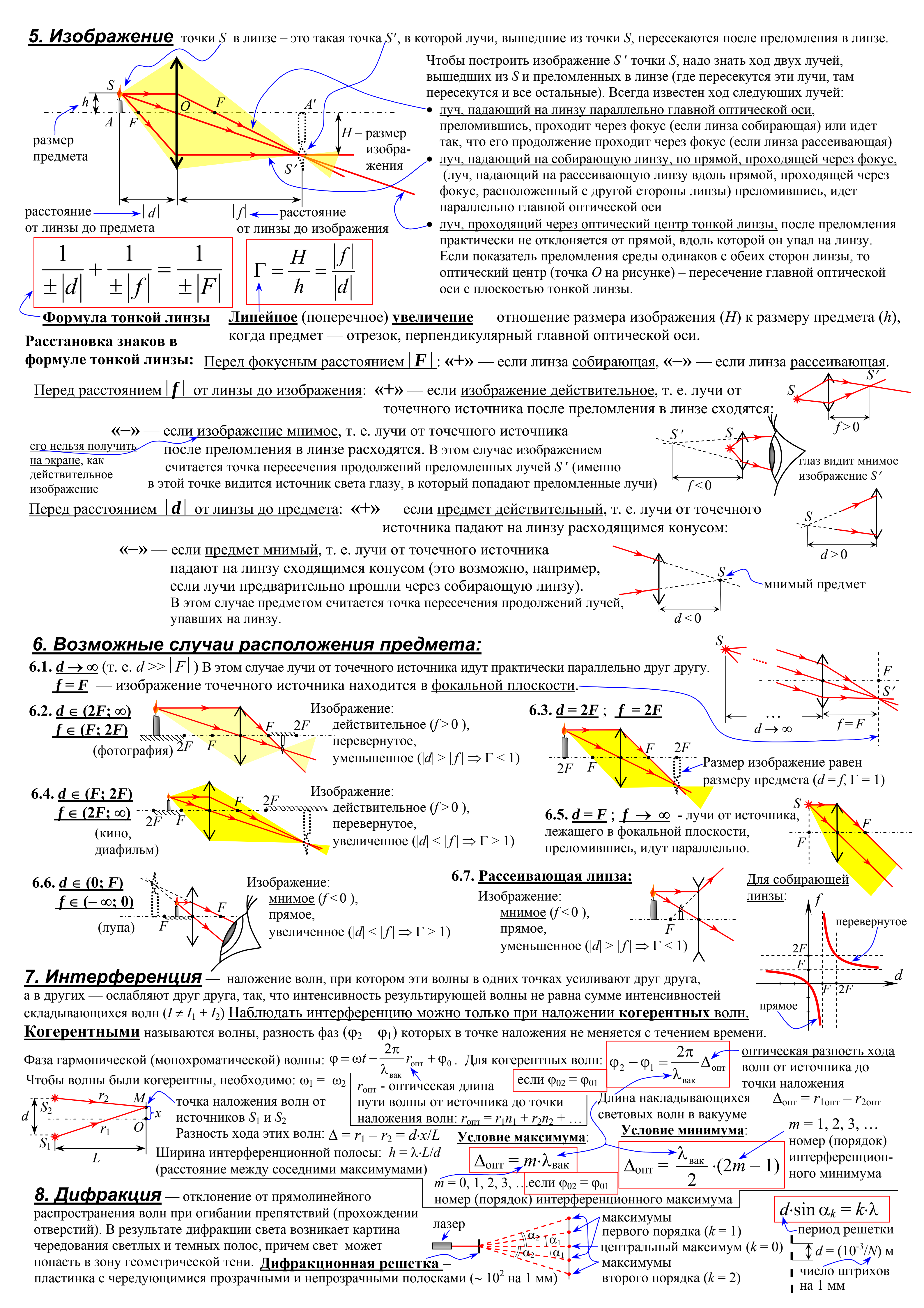
O; *F*; Фокус линзы; *F*; *O*

F > 0; *F*; |*F*|; **F < 0**

<u>Фокусное расстояние линзы</u> – расстояние от линзы до фокуса. В СИ измеряется в метрах.

Оптическая сила линзы измеряется в <u>диоптриях</u>:
1 дптр = 1/м = 1м$^{-1}$

$$D = \frac{1}{F} = \left(\frac{n_{\text{линзы}}}{n_{\text{среды}}} - 1\right)\cdot\left(\frac{1}{\pm R_1} + \frac{1}{\pm R_2}\right)$$



5. Изображение

5. Изображение точки S в линзе – это такая точка S', в которой лучи, вышедшие из точки S, пересекаются после преломления в линзе.

Чтобы построить изображение S' точки S, надо знать ход двух лучей, вышедших из S и преломленных в линзе (где пересекутся эти лучи, там пересекутся и все остальные). Всегда известен ход следующих лучей:

- луч, падающий на линзу параллельно главной оптической оси, преломившись, проходит через фокус (если линза собирающая) или идет так, что его продолжение проходит через фокус (если линза рассеивающая)
- луч, падающий на собирающую линзу, по прямой, проходящей через фокус, (луч, падающий на рассеивающую линзу вдоль прямой, проходящей через фокус, расположенный с другой стороны линзы) преломившись, идет параллельно главной оптической оси
- луч, проходящий через оптический центр тонкой линзы, после преломления практически не отклоняется от прямой, вдоль которой он упал на линзу. Если показатель преломления среды одинаков с обеих сторон линзы, то оптический центр (точка O на рисунке) – пересечение главной оптической оси с плоскостью тонкой линзы.

расстояние от линзы до предмета → $|d|$

$|f|$ ← расстояние от линзы до изображения

$$\frac{1}{\pm|d|}+\frac{1}{\pm|f|}=\frac{1}{\pm|F|}$$

$$\Gamma=\frac{H}{h}=\frac{|f|}{|d|}$$

Формула тонкой линзы

Линейное (поперечное) **увеличение** — отношение размера изображения (H) к размеру предмета (h), когда предмет — отрезок, перпендикулярный главной оптической оси.

Расстановка знаков в формуле тонкой линзы: Перед фокусным расстоянием $|F|$: «+» — если линза собирающая, «–» — если линза рассеивающая.

Перед расстоянием $|f|$ от линзы до изображения: «+» — если изображение действительное, т. е. лучи от точечного источника после преломления в линзе сходятся:

«–» — если изображение мнимое, т. е. лучи от точечного источника после преломления в линзе расходятся. В этом случае изображением считается точка пересечения продолжений преломленных лучей S' (именно в этой точке видится источник света глазу, в который попадают преломленные лучи)

его нельзя получить на экране, как действительное изображение

Перед расстоянием $|d|$ от линзы до предмета: «+» — если предмет действительный, т. е. лучи от точечного источника падают на линзу расходящимся конусом:

«–» — если предмет мнимый, т. е. лучи от точечного источника падают на линзу сходящимся конусом (это возможно, например, если лучи предварительно прошли через собирающую линзу). В этом случае предметом считается точка пересечения продолжений лучей, упавших на линзу.

6. Возможные случаи расположения предмета:

6.1. $d\to\infty$ (т. е. $d >> |F|$) В этом случае лучи от точечного источника идут практически параллельно друг другу. $f = F$ — изображение точечного источника находится в фокальной плоскости.

6.2. $d\in(2F;\infty)$, $f\in(F;2F)$ (фотография)

Изображение: действительное ($f > 0$), перевернутое, уменьшенное ($|d| > |f| \Rightarrow \Gamma < 1$)

6.3. $d = 2F$; $f = 2F$

Размер изображение равен размеру предмета ($d = f$, $\Gamma = 1$)

6.4. $d\in(F;2F)$, $f\in(2F;\infty)$ (кино, диафильм)

Изображение: действительное ($f > 0$), перевернутое, увеличенное ($|d| < |f| \Rightarrow \Gamma > 1$)

6.5. $d = F$; $f\to\infty$ - лучи от источника, лежащего в фокальной плоскости, преломившись, идут параллельно.

6.6. $d\in(0;F)$, $f\in(-\infty;0)$ (лупа)

Изображение: мнимое ($f < 0$), прямое, увеличенное ($|d| < |f| \Rightarrow \Gamma > 1$)

6.7. Рассеивающая линза:

Изображение: мнимое ($f < 0$), прямое, уменьшенное ($|d| > |f| \Rightarrow \Gamma < 1$)

Для собирающей линзы:

7. Интерференция

7. Интерференция — наложение волн, при котором эти волны в одних точках усиливают друг друга, а в других — ослабляют друг друга, так, что интенсивность результирующей волны не равна сумме интенсивностей складывающихся волн ($I \neq I_1 + I_2$) Наблюдать интерференцию можно только при наложении **когерентных** волн.

Когерентными называются волны, разность фаз ($\varphi_2 - \varphi_1$) которых в точке наложения не меняется с течением времени.

Фаза гармонической (монохроматической) волны: $\varphi = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda_{вак}} r_{опт} + \varphi_0$. Для когерентных волн: $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_{вак}}\Delta_{опт}$

оптическая разность хода волн от источника до точки наложения $\Delta_{опт} = r_{1опт} - r_{2опт}$

Чтобы волны были когерентны, необходимо: $\omega_1 = \omega_2$

$r_{опт}$ - оптическая длина пути волны от источника до точки наложения волн: $r_{опт} = r_1 n_1 + r_2 n_2 + \ldots$

если $\varphi_{02} = \varphi_{01}$

Длина накладывающихся световых волн в вакууме

точка наложения волн от источников S_1 и S_2

Разность хода этих волн: $\Delta = r_1 - r_2 = d\cdot x/L$

Ширина интерференционной полосы: $h = \lambda\cdot L/d$ (расстояние между соседними максимумами)

Условие максимума: $\Delta_{опт} = m\cdot\lambda_{вак}$

$m = 0, 1, 2, 3, \ldots$ если $\varphi_{02} = \varphi_{01}$ номер (порядок) интерференционного максимума

Условие минимума: $\Delta_{опт} = \frac{\lambda_{вак}}{2}\cdot(2m-1)$

$m = 1, 2, 3, \ldots$ номер (порядок) интерференционного минимума

8. Дифракция

8. Дифракция — отклонение от прямолинейного распространения волн при огибании препятствий (прохождении отверстий). В результате дифракции света возникает картина чередования светлых и темных полос, причем свет может попасть в зону геометрической тени. **Дифракционная решетка** – пластинка с чередующимися прозрачными и непрозрачными полосками (~ 10^2 на 1 мм)

$$d\cdot\sin\alpha_k = k\cdot\lambda$$

период решетки $d = (10^{-3}/N)$ м

число штрихов на 1 мм